



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Λογισμικό ανάλυσης πολυεπίπεδων σύνθετων δικτύων

Software for the analysis of multilayer complex networks

Διπλωματική εργασία

υπό

Σκαφίδα Σπύρου

Επιβλέποντες

Κατσαρός Δημήτριος
Επίκουρος καθηγητής Π.Θ.

Μποζάνης Παναγιώτης
Καθηγητής Π.Θ.

Βόλος, Φεβρουάριος 2016

Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα λευκή.

Διπλωματική εργασία για την απόκτηση του διπλώματος του Μηχανικού Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, στα πλαίσια του προγράμματος προπτυχιακών σπουδών του τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

.....

Σκαφίδας Σπύρος

Διπλωματούχος Μηχανικός Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων
Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

Copyright © Skafidas Spyros, 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα λευκή.

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω μια σειρά ανθρώπων που με βοήθησαν με ποικίλους τρόπους καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης και της συγγραφής της..

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους επιβλέποντες της διπλωματικής μου, τον κύριο Δημήτριο Κατσαρό και τον κύριο Παναγιώτη Μποζάνη για την ευκαιρία που μου δώσανε να εργαστώ δίπλα τους σε έναν τόσο ενδιαφέροντα τομέα καθώς και για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση που μου παρείχαν από την αρχή μέχρι το τέλος.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ από καρδιάς στην οικογένειά μου και τους στενούς μου φίλους για την εμπιστοσύνη τους και την αμέριστη ψυχολογική υποστήριξη που μου παρείχαν όχι μόνο κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας εργασίας αλλά και για όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα λευκή.

Περίληψη

Τα σύνθετα δίκτυα αποτελούν εδώ και χρόνια αντικείμενο επιστημονικής μελέτης για πολλές επιστήμες, όπως η επιστήμη των υπολογιστών, η βιολογία και οι οικονομικές επιστήμες. Οι σχέσεις που αναπτύσσονται μέσα από τα σύνθετα δίκτυα είναι πολλές φορές πολύπλοκες και γι' αυτό δεν είναι δυνατόν να μελετηθούν με ένα απλό σύστημα. Τα τελευταία χρόνια ως αποτέλεσμα των παραπάνω βρίσκεται στο επίκεντρο η μελέτη των πολυδιάστατων σύνθετων δικτύων, δηλαδή των δικτύων που οι κόμβοι τους συνδέονται με πολλαπλές μορφές ακμών.

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη ενός λογισμικού απεικόνισης και ανάλυσης των πολυδιάστατων σύνθετων δικτύων. Το εν λόγω λογισμικό χτίστηκε στην γλώσσα προγραμματισμού JAVA και φέρει δυνατότητες γραφικής αναπαράστασης γραφημάτων, αλγορίθμους ανάλυσης των γραφημάτων και δυνατότητες εξαγωγής των αποτελεσμάτων για περαιτέρω επεξεργασία.

Στο 1ο κεφάλαιο δίνεται μία εισαγωγή στον τομέα των σύνθετων δικτύων, στο 2ο μελετώνται τα είδη των πολυεπίπεδων δικτύων που συναντώνται στη βιβλιογραφία, στο 3ο κεφάλαιο γίνεται μία επισκόπηση των λογισμικών ανάλυσης μόνο-επίπεδων και πολυεπίπεδων δικτύων που κυκλοφορούν, στο 4ο κεφάλαιο παρουσιάζεται το λογισμικό της παρούσας εργασίας, τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξή του, το γραφικό του περιβάλλον και οι επιλογές επεξεργασίας της εμφάνισης ενός γραφήματος, το 5ο κεφάλαιο περιγράφει του αλγορίθμους που υποστηρίζονται και παρουσιάζει τον τρόπο λειτουργίας τους, στο 6ο κεφάλαιο βλέπουμε τους τρόπους εξαγωγής των αποτελεσμάτων και τέλος, στο 7ο κεφάλαιο δίνεται μία σύνοψη και περιγράφονται οι μελλοντικοί στόχοι της εργασίας.

Abstract

Complex networks have been for many years the subject of study in a lot of scientific fields, such as computer science. Biology and financial science. The relationships that form in a complex network are many times too complex to be studied by a simple system. Therefore in the last years the study of multilayer networks has been the focal point in the field of complex networks, which are networks whose nodes are connected through many different types of edges.

The goal of this specific dissertation was the design and development of a visualization and analysis software for multilayer complex networks. The said software was developed in JAVA and has the ability to create and represent graphs, compute graph analysis algorithms and extract the results for further processing.

The 1st chapter provides an introduction in the field of complex networks, in the 2nd we study the various types of multi-layered networks that have appeared in the bibliography, in the 3rd chapter we provide a review of the most popular complex network analysis software, in the 4th chapter a brief review of our software is provided, containing the tools that were used to build it, a look at the GUI and the graph editing options, the 5th chapter describes the algorithms that are supported by our software, the 6th chapter shows the result extraction options of our software and finally, the 7th chapter summarizes the project and describes the future goals.

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή.....	13
1.1 Μια εισαγωγή στα σύνθετα δίκτυα.....	13
2 Τα είδη των πολυδιάστατων σύνθετων δικτύων.....	17
2.1 Εισαγωγή στα Πολυεπίπεδα Σύνθετα Δίκτυα.....	17
2.2 Μορφές Πολυεπίπεδων Δικτύων.....	18
2.2.1 Γενικά.....	18
2.2.2 Multilayer Δίκτυα.....	19
2.2.3 Multiplex Δίκτυα.....	20
2.2.4 Άλλες μορφές πολυεπίπεδων δικτύων.....	21
2.2.4.1 Δίκτυα αλληλοεξαρτώμενων επιπέδων.....	21
2.2.4.2 Υπέρ-δίκτυα.....	21
2.2.4.3 Χρονικά μεταβαλλόμενα δίκτυα.....	21
2.2.4.4 Συνοπτικά.....	22
3 Λογισμικά ανάλυσης σύνθετων δικτύων.....	23
3.1 Λογισμικά για σύνθετα δίκτυα ενός επιπέδου.....	23
3.2 Λογισμικά για σύνθετα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων.....	23
4 Το λογισμικό της εργασίας.....	24
4.1 Εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν.....	24
4.1.1 NetBeans IDE.....	24
4.1.2 JUNG Framework.....	25
4.1.3 Git.....	26
4.2 Εγκατάσταση και εκκίνηση της εφαρμογής.....	26
4.3 Το γραφικό περιβάλλον της εφαρμογής που αναπτύχθηκε.....	26
4.4 Παραδείγματα γραφημάτων.....	28
4.5 Διάβασμα αρχείου και αναπαράσταση γραφήματος.....	30
4.5.1 Μορφή αρχείου εισόδου.....	30
4.5.2 Άνοιγμα αρχείου από την εφαρμογή.....	32
4.5.3 Διαχείριση και μετασχηματισμός γραφήματος.....	33
4.5.3.1 Μετασχηματισμός του γραφήματος.....	33
4.5.3.2 Αλλαγή της διάταξης.....	33
5 Αλγόριθμοι κεντρικότητας.....	37
5.1 Κεντρικότητες για multiplex δίκτυα.....	38
5.1.1 Κεντρικότητα Βαθμού – Degree Centrality.....	38
5.1.1.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου.....	38
5.1.1.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου.....	39
5.1.2 Cross-Layered Degree Centrality.....	43
5.1.2.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου.....	43
5.1.2.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου.....	44
5.1.3 Ενδιάμεση κεντρικότητα – Betweenness Centrality.....	48
5.1.3.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου.....	48
5.1.3.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου.....	50
5.1.4 Κεντρικότητα PageRank.....	52
5.1.4.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου.....	52
5.1.4.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου.....	55
5.2 Κεντρικότητες για multilayer γραφήματα.....	58
5.2.1 Κεντρικότητα Βαθμού – Degree Centrality.....	58
5.2.1.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου.....	58
5.2.1.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου.....	59

5.2.2 Cross-Layered Degree Centrality.....	61
5.2.2.1Παρουσίαση του αλγορίθμου.....	61
5.2.2.2Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου.....	61
5.2.3 Power Community Index (μ-PCI).....	64
5.2.3.1Παρουσίαση του αλγορίθμου.....	64
5.2.3.2Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου.....	66
6 Εξαγωγή Αποτελεσμάτων.....	69
6.1.1Αποθήκευση Αποτελεσμάτων.....	69
6.1.2Αποθήκευση Γραφημάτων.....	71
7 Σύνοψη – Μελλοντικές Επεκτάσεις.....	74
7.1 Σύνοψη.....	74
7.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις.....	74
8 Βιβλιογραφία.....	75

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1: Δίκτυο επιστημονικών συνεργασιών.....	13
Εικόνα 2: Τραπεζικό δίκτυο.....	14
Εικόνα 3: Το παγκόσμιο δίκτυο αερομεταφορών.....	15
Εικόνα 4: Δίκτυο Υπολογιστών.....	15
Εικόνα 5: Multilayer Δίκτυο.....	19
Εικόνα 6: Multiplex δίκτυο αεροπορικών διαδρομών, κάθε επίπεδο αφορά τις διαδρομές διαφορετικής εταιρείας.....	20
Εικόνα 7: NetBeans IDE.....	24
Εικόνα 8: Η αρχική οθόνη της εφαρμογής.....	27
Εικόνα 9: Μη κατευθυνόμενο γράφημα - πολλαπλή προβολή.....	28
Εικόνα 10: Μη κατευθυνόμενο γράφημα - μεμονωμένη προβολή.....	29
Εικόνα 11: Κατευθυνόμενο γράφημα - πολλαπλή προβολή.....	29
Εικόνα 12: Εύρεση αρχείου προς άνοιγμα.....	32
Εικόνα 13: Μενού επιλογής διάταξης.....	33
Εικόνα 14: Fruchterman – Reingold.....	34
Εικόνα 15: Διάταξη Fruchterman – Reingold 2.....	35
Εικόνα 16: Διάταξη ISOM.....	35
Εικόνα 17: Διάταξη Kamada – Kawai.....	36
Εικόνα 18: Διάταξη Spring.....	36
Εικόνα 19: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου κεντρικότητας βαθμού για μη κατευθυνόμενο γράφημα.....	39
Εικόνα 20: Τα αποτελέσματα του υπολογισμού της κεντρικότητας βαθμού.....	40
Εικόνα 21: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου κεντρικότητας έσω-βαθμού για κατευθυνόμενο γράφημα.....	41
Εικόνα 22: Τα αποτελέσματα του υπολογισμού της κεντρικότητας έσω-βαθμού.....	42
Εικόνα 23: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου CLDC για μη κατευθυνόμενο γράφημα.....	44
Εικόνα 24: Ρυθμίσεις των παραμέτρων του αλγορίθμου.....	45
Εικόνα 25: Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου CLDC.....	45
Εικόνα 26: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου CLDC για κατευθυνόμενο γράφημα.....	46
Εικόνα 27: Ρύθμιση των παραμέτρων.....	46
Εικόνα 28: Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου CLDC έξω-βαθμού.....	47
Εικόνα 29: Συντομότερα μονοπάτια σε multiplex δίκτυο.....	49
Εικόνα 30: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου ενδιάμεσης κεντρικότητας.....	50
Εικόνα 31: Τα αποτελέσματα του τρεξίματος του αλγορίθμου ενδιάμεσης κεντρικότητας.....	51
Εικόνα 32: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου PageRank.....	55
Εικόνα 33: Ρύθμιση των παραμέτρων του PageRank.....	56
Εικόνα 34: Αποτελέσματα του PageRank για $\alpha=0.8$, $\beta=1$, $\gamma=1$	56
Εικόνα 35: Τα αποτελέσματα του PageRank για $\alpha=0.8$, $\beta=0$, $\gamma=0$	57
Εικόνα 36: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου κεντρικότητας βαθμού για multilayer δίκτυο.....	59
Εικόνα 37: Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου κεντρικότητας βαθμού.....	60
Εικόνα 38: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου CLDC για multilayer δίκτυο.....	61
Εικόνα 39: Ρύθμιση των παραμέτρων του CLDC.....	62
Εικόνα 40: Αποτελέσματα του CLDC για 2 επίπεδα.....	62
Εικόνα 41: Αποτελέσματα του CLDC για 4 επίπεδα.....	63
Εικόνα 42: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου PCI.....	66
Εικόνα 43: Επιλογή μεθόδου υπολογισμού και παραμέτρων.....	66
Εικόνα 44: Αποτελέσματα του layer-symmetric PCI.....	67
Εικόνα 45: Αποτελέσματα του layer-agnostic PCI.....	68
Εικόνα 46: Οι 2 τρόποι εξαγωγής των αποτελεσμάτων, μέσω του μενού και μέσω του κουμπιού	

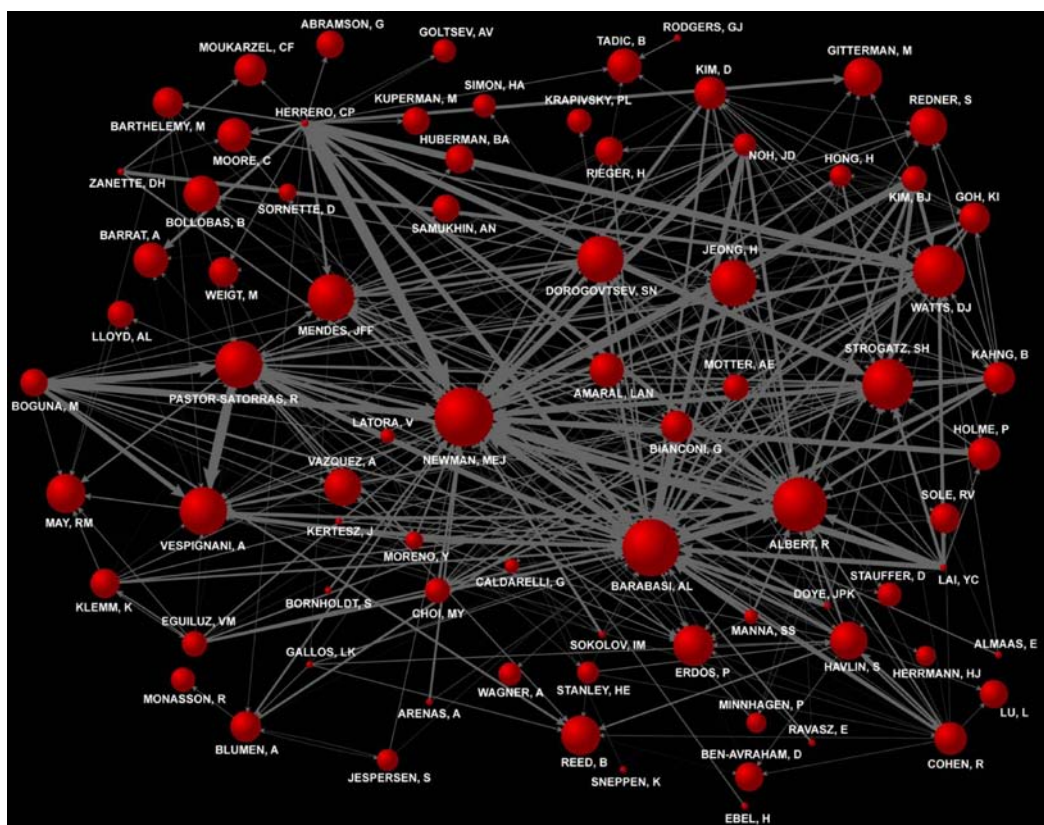
“Export Values” πάνω από τον πίνακα των αποτελεσμάτων.....	70
Εικόνα 47: Το μενού επιλογής εξαγωγής των γραφημάτων.....	72
Εικόνα 48: Επιλογή τύπου αρχείου προς εξαγωγή (σε συστήματα linux υποστηρίζεται μόνο ο τύπος svg).....	72
Εικόνα 49: Το 2ο επίπεδο του γραφήματος που εξήχθη.....	73
Εικόνα 50: Το 1ο επίπεδο του γραφήματος που εξήχθη.....	73

1 Εισαγωγή

1.1 Μια εισαγωγή στα σύνθετα δίκτυα

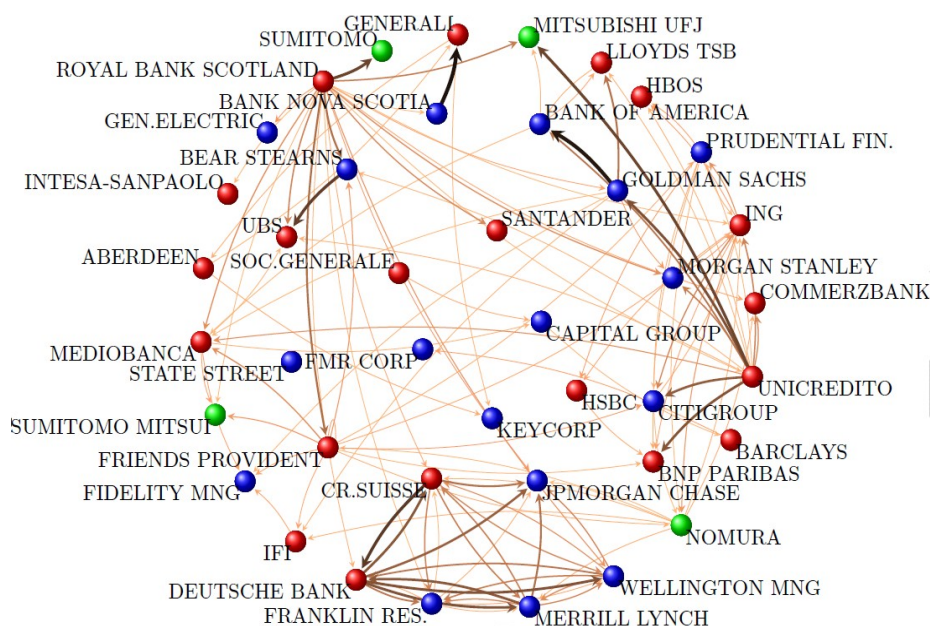
Τα τελευταία χρόνια πολλοί επιστημονικοί κλάδοι έχουν στρέψει το ενδιαφέρον τους στην σύνθετη συνδεσιμότητα διαφόρων σχέσεων της σύγχρονης κοινωνίας. Στο επίκεντρο αυτού του ενδιαφέροντος βρίσκεται η έννοια του σύνθετου δικτύου, δηλαδή ενός μοτίβου διασυνδέσεων μεταξύ ενός συνόλου πραγμάτων που μπορεί να μοντελοποιηθεί μέσω ενός γραφήματος με μη τετριμμένα τοπολογικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες. Με τη μορφή δικτύου μπορεί να αναπαρασταθεί μια τεράστια ποικιλία σχέσεων μεταξύ διαφόρων οντοτήτων και στα παραδείγματα που ακολουθούν θα δούμε κάποιες από αυτές.

Κοινωνικά Δίκτυα – Είναι το σύνολο των κοινωνικών διασυνδέσεων μεταξύ φίλων, συγγενών ή κάποιας άλλης ομάδας ανθρώπων. Στη βιβλιογραφία έχει μελετηθεί μία σωρεία κοινωνικών δικτύων, από το απλούστερο που αφορά τις φιλικές σχέσεις μεταξύ ενός κοινωνικού συνόλου μέχρι και δίκτυα διασυνδέσεων τρομοκρατικών οργανώσεων. Τα κοινωνικά δίκτυα έχουν εξαπλωθεί ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια μέσω των εξελίξεων της τεχνολογίας και της παγκοσμιοποίησης που αυτή έχει επιφέρει και ως συνέπεια η μελέτη τους γίνεται συνεχώς και πιο απαραίτητη. Ένα γράφημα που αναπαριστά ένα κοινωνικό δίκτυο έχει ως κόμβους του κάθε ξεχωριστό άτομο και μία ακμή συνδέει δύο άτομα τα οποία έχουν μεταξύ τους μία κοινωνική αλληλεπίδραση (φιλία, συγγένεια, συνεργασία κλπ.).



Εικόνα 1: Δίκτυο επιστημονικών συνεργασιών

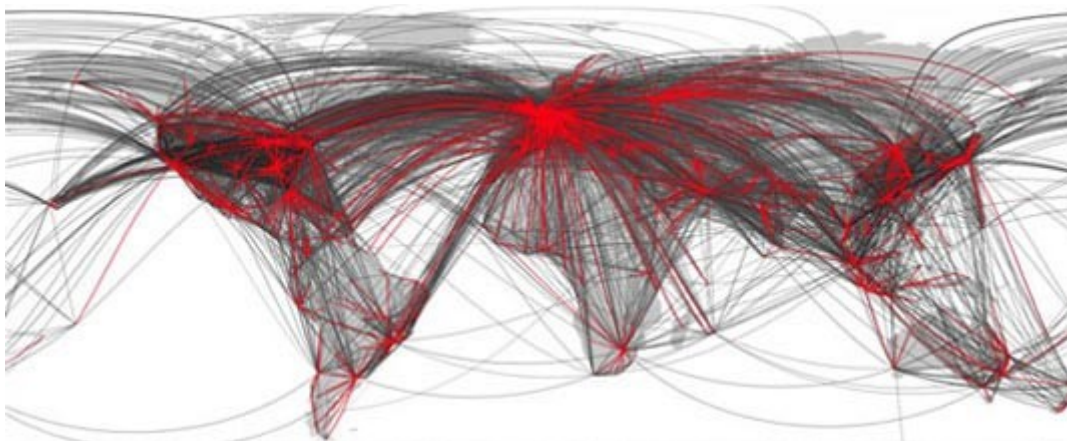
Οικονομία – Μέσα από τη θεωρία των δικτύων είναι δυνατόν να εκφραστεί και η δομή των χρηματοπιστωτικών αγορών ώστε να προβλεφθούν και να κατανοηθούν οι αλληλεπιδράσεις και τα αποτελέσματα διαφόρων ενεργειών. Η γνώση που παρέχεται μέσω της ανάλυσης των σύνθετων δικτύων μπορεί να οδηγήσει σε ενέργειες που επηρεάζουν τη δυναμική της αγοράς, όπως η πρόβλεψη κάποιας οικονομικής κρίσης και ο περιορισμός των συνεπειών της.



Εικόνα 2: Τραπεζικό δίκτυο

Μετάδοση της πληροφορίας – Ο τομέας της μετάδοσης πληροφοριών έχει και αυτός επεκταθεί σε εύρος μέσω της εξέλιξης της τεχνολογίας. Ενώ κάποτε η δομή του αποτελούνταν κυρίως από εκδοτικούς οίκους και ειδησεογραφικά πρακτορεία, πλέον καθένας μπορεί να συμβάλλει σε ένα δίκτυο μετάδοσης πληροφοριών. Ως αποτέλεσμα των παραπάνω μέσω της ανάλυσης ενός δικτύου πληροφοριών με τεχνικές σύνθετων δικτύων μπορεί να κατανοηθεί ο τρόπος διάδοσης μίας πληροφορίας, να ερευνηθεί η εγκυρότητα μίας πηγής πληροφόρησης αλλά και να ερευνηθεί ο αντίκτυπος που έχει μία πληροφορία σε κάποια κοινωνική ομάδα.

Μεταφορές – Ο τομέας των μεταφορών αφορά στη μεταφορά είτε ανθρώπων, είτε προϊόντων μέσω ενός οδικού, σιδηροδρομικού, αεροπορικού ή θαλασσίου δικτύου. Είναι ένας στρατηγικός παράγοντας για μία χώρα και αφορά άμεσα την παραγωγικότητα και την επιβίωσή της. Μελετώντας τα δίκτυα μεταφορών μέσα από το πλαίσιο των σύνθετων δικτύων μπορούμε να εξάγουμε χρήσιμα αποτελέσματα που θα οδηγήσουν στην βελτίωση πολλών παραγόντων της σύγχρονης ζωής.



Εικόνα 3: Το παγκόσμιο δίκτυο αερομεταφορών

Πληροφορική – Τηλεπικοινωνίες – Τα σύνθετα δίκτυα μπορούν να βρουν μία πληθώρα εφαρμογών στον τομέα της πληροφορικής και των τηλεπικοινωνιών. Ένα δίκτυο υπολογιστών μπορεί να αναπαρασταθεί από γραφήματα με τους υπολογιστές να αποτελούν τους κόμβους και με κατευθυνόμενες ακμές να εμφανίζονται οι εισερχόμενες ή εξερχόμενες συνδέσεις. Με παρόμοιο τρόπο μπορεί να γίνει και η οπτική αναπαράσταση ενός τηλεπικοινωνιακού δικτύου ή ενός συνόλου ιστοσελίδων. Μελετώντας αυτά τα δίκτυα από το πρίσμα των σύνθετων δικτύων μπορούμε να πειραματιστούμε και να εξάγουμε πολλά συμπεράσματα, όπως για παράδειγμα την εύρεση νέων αποτελεσματικότερων μεθόδων δρομολόγησης ενός πακέτου δεδομένων.



Εικόνα 4: Δίκτυο Υπολογιστών

Όπως προκύπτει και από τα παραπάνω η απεικόνιση των δικτύων βρίσκει εφαρμογή σε σχεδόν όλες τις επιστήμες. Πολυεθνικές εταιρίες έχουν δίκτυα προμηθευτών. ιστοσελίδες έχουν δίκτυα χρηστών, εταιρείες μέσω ενημέρωσης έχουν δίκτυα διαφημιστών. Σε τέτοιες σύνθετες μορφές σχέσεων δεν δίνεται τόση έμφαση στη δομή του ίδιου του δικτύου όσο στην πολυπλοκότητα των σχέσεων που το εκφράζει υπό την μορφή συμπεριφορών που επηρεάζουν κάθε μέλος του συστήματος.

2 Τα είδη των πολυδιάστατων σύνθετων δικτύων

2.1 Εισαγωγή στα Πολυεπίπεδα Σύνθετα Δίκτυα

Μέχρι προσφάτως ήταν κοινή πρακτική στη μελέτη των σύνθετων συστημάτων η υπόθεση ότι τα προς μελέτη δίκτυα αποτελούνταν από κόμβους που συνδέονται μεταξύ τους μέσω απλών κόμβων που συμπυκνώνουν όλες τις ιδιότητες του δικτύου. Σε πολλές περιπτώσεις όμως, αυτό το γεγονός αποτελεί μία υπεραπλούστευση της πραγματικότητας με αποτέλεσμα να οδηγεί σε παραπλανητικά αποτελέσματα.

Στα περισσότερα φυσικά και τεχνητά συστήματα, το σύνολο των οντοτήτων που τα εκφράζουν αλληλεπιδρούν με πολύπλοκους τρόπους και διέπονται από πολλαπλούς τύπους σχέσεων και μεταβολών που δεν μπορούν να εκφραστούν με ένα απλό δίκτυο. Αυτά τα συστήματα αποτελούνται από πολλαπλά υποσυστήματα και επίπεδα διασυνδέσεων, οπότε είναι σημαντικό να λάβουμε υπ' όψιν όλα αυτά τα χαρακτηριστικά τους ώστε να βελτιώσουμε την κατανόηση των σύνθετων συστημάτων.

Ως συνέπεια των παραπάνω είναι αναγκαίο να γενικευτεί η θεωρία των δικτύων και να γίνουν προσπάθειες ανάπτυξης εργαλείων και τρόπων μελέτης των νέων αυτών πολυεπίπεδων συστημάτων. Τέτοιες προσπάθειες έχουν ξεκινήσει εδώ και αρκετά χρόνια και πλέον η μελέτη των πολυεπίπεδων συστημάτων αποτελεί ένα μεγάλο κομμάτι της θεωρίας των δικτύων.

Είναι αρκετά σαφές ότι τα πολυεπίπεδα δίκτυα αποτελούν ένα πεδίο μελέτης που και αυτό με τη σειρά του έχει διάφορα υπό-πεδία, καθένα από τα οποία μελετά διαφορετικές μορφές πολυεπίπεδων δικτύων. Τέτοια υπό-πεδία είναι για παράδειγμα τα χρονικά μεταβαλλόμενα δίκτυα, στα οποία κάθε επίπεδο αποτελεί ένα αντίγραφο του προηγούμενου επιπέδου με μία χρονική μεταβολή, τα δίκτυα δικτύων, όπου κάθε κόμβος αποτελεί και ένα δίκτυο και άλλες λιγότερο ή περισσότερο σύνθετες μορφές δικτύων.

2.2 Μορφές Πολυεπίπεδων Δικτύων

2.2.1 Γενικά

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται συνοπτικά οι μορφές των πολυεπίπεδων δικτύων που έχουν μελετηθεί από τη βιβλιογραφία και οι ιδιότητές τους.

Type	Aligned	Layer - Disjoined	Eq. Size	Diagonal	L
Multilayer				✓	Any
	✓		✓		Any
Multiplex	✓		✓	✓	Any
	✓		✓	✓	Any
	✓		✓	✓	2
				✓	Any
	✓		✓	✓	Any
Multivariate	✓		✓	✓	Any
Multinetwork	✓		✓	✓	Any
Multirelational net	✓		✓	✓	Any
Multirelational data	✓		✓	✓	Any
Multidimensional	✓		✓	✓	Any
Multislice	✓		✓	✓	Any
Multiplex of Interdependent networks	✓		✓	✓	Any
Hypernetwork	✓		✓	✓	Any
Overlay	✓		✓	✓	2
Composite	✓		✓	✓	2
Multiweighted	✓		✓	✓	Any
Heterogenous		✓			2
Multitype		✓			Any
Interconnected		✓	✓		2
		✓			2
Interdependent		✓	✓		2
		✓			2
			✓		2
	✓		✓	✓	Any
Network of networks			✓		Any
Coupled				✓	Any
Interacting Networks		✓			Any
		✓			2

Σύμφωνα με τον πίνακα, ένα πολυεπίπεδο δίκτυο είναι:

- aligned – εάν όλα τα επίπεδα περιέχουν τους ίδιους κόμβους,
- eq. size – εάν κάθε επίπεδο έχει τον ίδιο αριθμό κόμβων,
- |L| – εάν ένα δίκτυο μπορεί να έχει οποιονδήποτε αριθμό επιπέδων ή ισχύει κάποιος περιορισμός,
- layer-disjoined – εάν κάθε κόμβος υφίσταται μόνο σε ένα επίπεδο,
- diagonal – εάν οι ακμές μεταξύ δύο επιπέδων υφίστανται μόνο μεταξύ ενός κόμβου και του αντιγράφου του στο άλλο επίπεδο.

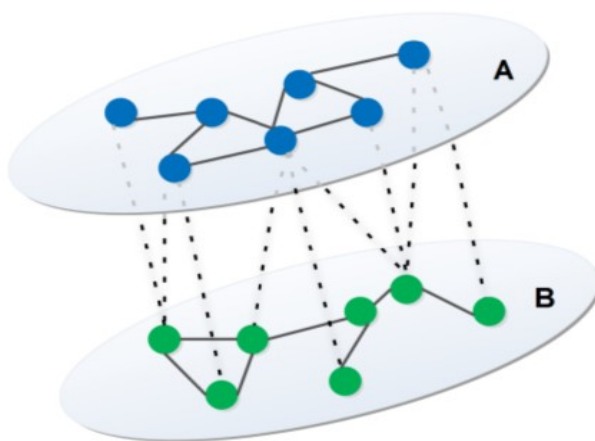
2.2.2 Multilayer Δίκτυα

Αποτελούν την απλούστερη μορφή των πολυεπίπεδων δικτύων και είναι από της μορφές που έχουν μελετηθεί αρκετά από τη βιβλιογραφία. Ένα multilayer δίκτυο μπορεί να περιγραφεί ως ο συνδυασμός δύο ή περισσότερων γραφημάτων, G_1, G_2, \dots, G_N και ενός συνόλου διασυνδέσεων μεταξύ κόμβων που βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα. Υπάρχουν δύο ξεχωριστά σύνολα ακμών, το πρώτο αποτελεί τις ακμές που ενώνουν δύο κόμβους στο ίδιο επίπεδο και το δεύτερο τις ακμές που συνδέουν τους κόμβους μεταξύ δύο ξεχωριστών επιπέδων.

Συνοπτικά έχει την μορφή $G = (L, V, E, ME)$, όπου L το σύνολο των επιπέδων, V , το σύνολο των κόμβων του δικτύου, E το σύνολο των ακμών μεταξύ των κόμβων ενός επιπέδου και ME , το σύνολο των ακμών μεταξύ δύο κόμβων που βρίσκονται σε διαφορετικό επίπεδο.

Τα κύρια χαρακτηριστικά των συγκεκριμένων δικτύων είναι ότι το κάθε επίπεδο αποτελεί ένα ξεχωριστό δίκτυο, δεν υπάρχει αλληλεξάρτηση μεταξύ δύο δικτύων, ενώ κάθε κόμβος ενός επιπέδου αποτελεί ξεχωριστή οντότητα και δεν σχετίζεται με τους κόμβους άλλου επιπέδου. Αυτό σημαίνει ότι ένας κόμβος μπορεί να υπάρχει σε περισσότερα από ένα επίπεδα αλλά η αλλαγή του σε κάποιο επίπεδο δεν είναι αναγκαίο να επιφέρει αλλαγές στον ίδιο κόμβο σε διαφορετικά επίπεδα.

Ένα παράδειγμα τέτοιου δικτύου αποτελεί ένα δίκτυο εμπόρων-καταναλωτών. Το πρώτο επίπεδο περιέχει τις σχέσεις των εμπόρων, το δεύτερο τις σχέσεις των καταναλωτών μεταξύ τους και οι ακμές που ενώνουν τα δύο επίπεδα αναπαριστούν τις σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ εμπόρων και καταναλωτών. Όπως είναι προφανές ένας έμπορος, μπορεί ταυτόχρονα να αποτελεί και καταναλωτή. Συνεπώς ο κόμβος που τον αντιπροσωπεύει θα υπάρχει και στα δύο επίπεδα. Αν κάποια στιγμή σταματήσει την εμπορική του δραστηριότητα, θα αφαιρεθεί από το επίπεδο των εμπόρων αλλά δεν είναι απαραίτητο να αφαιρεθεί και από το δίκτυο των καταναλωτών.



Εικόνα 5: Multilayer Δίκτυο

2.2.3 Multiplex Δίκτυα

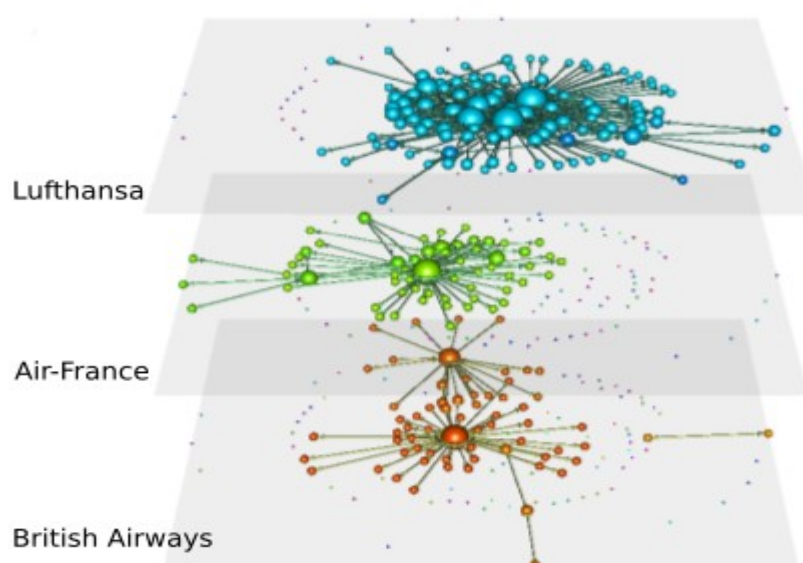
Τα πολυεπίπεδα δίκτυα αυτής της μορφής ορίζονται ένας συνδυασμός δύο ή περισσότερων γραφημάτων, στα οποία οι κόμβοι είναι κλώνοι του εαυτού τους σε κάθε επίπεδο, ισχύει δηλαδή $V_1 = V_2 = \dots = V_N = V$. Οι μόνες ακμές που επιτρέπονται μεταξύ δύο επιπέδων είναι αυτές μεταξύ ενός κόμβου και του εαυτού του στο άλλο επίπεδο.

Αναλυτικότερα ισχύει: $ME_{ij} = \{(v, v) \mid v \in V\} \quad \forall \quad i, j \in \{L_1, L_2, \dots, L_N\}, \quad i \neq j$.

Εναλλακτικά μπορεί κανείς να συναντήσει τα πολυεπίπεδα δίκτυα αυτού του τύπου, υπό τη μορφή γραφημάτων με χρωματισμένες ακμές, στα οποία κάθε χρώμα-ετικέτα αντιπροσωπεύει και ένα διαφορετικό επίπεδο διασύνδεσης των κόμβων. Έτσι θα μπορούσαμε να τα ορίσουμε ως ένα σύνολο $G = (V, E, C)$, που V είναι το σύνολο των κόμβων, C το σύνολο των χρωμάτων που χρησιμοποιούμε για να μαρκάρουμε τον τύπο της κάθε ακμής και $E \subset V \times V \times C$ είναι το σύνολο των ακμών.

Το χαρακτηριστικότερο παράδειγμα multiplex δικτύου είναι αυτό των κοινωνικών δικτύων, στα οποία το κάθε επίπεδο αντιπροσωπεύει και μία διαφορετική κοινωνική σχέση. Παραδείγματος χάριν θα μπορούσαμε να δημιουργήσουμε ένα δίκτυο στο οποίο ένα πρώτο επίπεδο θα αναπαριστούσε φιλικές σχέσεις, ένα δεύτερο συγγενικές σχέσεις και ένα τρίτο επαγγελματικές σχέσεις μεταξύ των ίδιων πάντα ατόμων. Στην περίπτωση των χρωματισμένων ακμών, κάθε επίπεδο σχέσεων θα είχε διαφορετικό χρώμα ακμών.

Ένα άλλο παράδειγμα multiplex δικτύων είναι τα δίκτυα μεταφορών. Ένα δίκτυο αεροπορικών μεταφορών μπορεί να έχει ως κόμβους του τις πόλεις με αεροδρόμιο και κάθε επίπεδο να αναπαριστά τα δρομολόγια που καλύπτει κάθε εταιρεία. Ένα δίκτυο μεταφορών μέσω θαλάσσης θα μπορούσε να αναπαριστά σε κάθε επίπεδο και ένα διαφορετικό τύπο πλοίου. Ένα άλλο δίκτυο μεταφορών θα μπορούσε να έχει σε κάθε επίπεδο ένα διαφορετικό δίκτυο μετακίνησης μεταξύ δύο πόλεων, πχ σιδηροδρομικό, αεροπορικό, οδικό.



Εικόνα 6: Multiplex δίκτυο αεροπορικών διαδρομών, κάθε επίπεδο αφορά τις διαδρομές διαφορετικής εταιρείας

2.2.4 Άλλες μορφές πολυεπίπεδων δικτύων

2.2.4.1 Δίκτυα αλληλοεξαρτώμενων επιπέδων

Στα δίκτυα αυτής της μορφής υπάρχει ένας βαθμός εξάρτησης μεταξύ των επιπέδων και μία αλλαγή σε οποιοδήποτε επίπεδο μπορεί να επιφέρει σημαντικές αλλαγές σε ολόκληρο το δίκτυο. Οι ακμές μεταξύ διαφορετικών επιπέδων ονομάζονται ακμές εξάρτησης.

Για παράδειγμα θα ήταν δυνατόν να απεικονίσουμε ένα ηλεκτρικό δίκτυο και ένα δίκτυο ηλεκτρονικών υπολογιστών ως ένα δίκτυο δύο αλληλοεξαρτώμενων επιπέδων αφού η ύπαρξη του δικτύου υπολογιστών εξαρτάται απόλυτα από τη ύπαρξη του ηλεκτρικού δικτύου. Οποιοδήποτε πρόβλημα που θα οδηγούσε στην κατάρρευση του πρώτου επιπέδου, θα είχε ως συνέπεια την κατάρρευση και του δεύτερου.

Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν και τα δίκτυα δικτύων, στα οποία κάθε κόμβος δεν είναι μία απλή οντότητα αλλά ένα ξεχωριστό δίκτυο. Υπάρχει ένα βασικό δίκτυο που ενώνει όλους τους κόμβους και στη συνέχεια κάθε κόμβος αποτελεί και ένα ξεχωριστό επίπεδο. Είναι αρκετά προφανές ότι μία αλλαγή του βασικού επιπέδου που ενώνει όλους τους κόμβους-δίκτυα μεταξύ τους επιφέρει σημαντικές αλλαγές σε όλη τη δομή του δικτύου.

2.2.4.2 Υπέρ-δίκτυα

Ένα υπέρ-δίκτυο απεικονίζεται με τη μορφή υπέρ-γραφήματος, στο οποίο κάθε ακμή μπορεί να συνδέει παραπάνω από δύο κόμβους. Ένα υπέρ-δίκτυο έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με ένα απλό δίκτυο, μπορεί να είναι κατευθυνόμενο, βεβαρημένο κλπ. Για την κατασκευή ενός κατευθυνόμενου υπέρ-γραφήματος δηλώνεται ρητά η σειρά των κόμβων που ενώνει μία υπέρ-ακμή με το αντίστοιχο βάρος.

Η αναπαράσταση ενός τέτοιου δικτύου σε πολυεπίπεδη μορφή μπορεί να γίνει θεωρώντας κάθε υπέρ-ακμή ως ένα επίπεδο και τοποθετώντας σε αυτό το επίπεδο το σύνολο των κόμβων που ενώνει.

2.2.4.3 Χρονικά μεταβαλλόμενα δίκτυα

Τα χρονικά μεταβαλλόμενα δίκτυα αποτελούν ομάδες δικτύων που αναπαριστούν την μεταβολή ενός δικτύου στον χρόνο.

Η πολυεπίπεδη αναπαράσταση αυτών των δικτύων είναι μία αλληλουχία επιπέδων χρονικά ταξινομημένη. Οι αλλαγές που παρατηρούνται μεταξύ των επιπέδων μπορεί να αφορούν την προσθήκη ή την αφαίρεση κόμβων, την αλλαγή των ακμών ή κάποιο συνδυασμό όλων των παραπάνω. Επίσης η διασύνδεση των επιπέδων είναι δυνατό να γίνεται μεταξύ διαφορετικών ή μεταξύ των ίδιων κόμβων.

Για παράδειγμα σε ένα γράφημα αναπαράστασης ενός αεροδρομικού δικτύου μία ακμή μεταξύ δύο επιπέδων μπορεί να αναπαριστά την ώρα αναχώρησης ενός αεροπλάνου t_1 και την ώρα άφιξής του t_2 . Σύμφωνα με τα παραπάνω θα υπάρχει μία ακμή μεταξύ των επιπέδων που αναπαριστούν τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 αντίστοιχα.

2.2.4.4 Συνοπτικά

Όπως είδαμε τα πολυεπίπεδα δίκτυα συναντώνται σε διάφορες μορφές οι οποίες διακρίνονται από συγκεκριμένες ιδιότητες. Πέραν των μορφών που αναλύσαμε καθημερινά εμφανίζονται στην βιβλιογραφία καινούριες, που προκύπτουν από την ανάγκη μοντελοποίησης όλο και πιο πολύπλοκων σχέσεων.

3 Λογισμικά ανάλυσης σύνθετων δικτύων

Οι αλγόριθμοι ανάλυσης των σύνθετων δικτύων είναι στην πλειοψηφία τους ιδιαίτερα χρονοβόροι και πολύπλοκοι. Επομένως κρίνεται αναγκαία η χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή για την εφαρμογή τους.

Μέσω των λογισμικών που αναπτύσσονται γίνεται δυνατή η οπτική αναπαράσταση των δικτύων, η επεξεργασία της αναπαράστασής τους και η ανάλυση και προσομοίωση τους μέσω ενός μεγάλου πλήθους αλγορίθμων.

Όσον αφορά την οπτική επεξεργασία ενός δικτύου, είναι δυνατή η αλλαγή της διάταξης του γραφήματος που προκύπτει, η αλλαγή του χρώματος ή του μεγέθους των κόμβων, ο μετασχηματισμός του, όπως η περιστροφή ή η κλιμάκωση και πολλές ακόμη λειτουργίες.

Οι αλγόριθμοι που μπορούν να εφαρμοστούν, αφορούν την εύρεση κεντρικοτήτων, την εύρεση κοινοτήτων και τη μελέτη εξάπλωσης επιδημιών πάνω στο δίκτυο.

3.1 Λογισμικά για σύνθετα δίκτυα ενός επιπέδου

Υπάρχει μεγάλο πλήθος λογισμικών για την ανάλυση των σύνθετων δικτύων ενός επιπέδου.

Τα πιο διαδεδομένα εξ αυτών είναι τα παρακάτω:

- **Gephi** – Λογισμικό ανοιχτού κώδικα αναπαράστασης και εξερεύνησης γραφημάτων. Μπορεί να υποστηρίξει γραφήματα μέχρι ενός εκατομμυρίου κόμβων. Προσφέρει οπτική αναπαράσταση γραφημάτων και αλγορίθμους υπολογισμού των σημαντικότερων κεντρικοτήτων.
- **Pajek** - Είναι ένα δωρεάν πρόγραμμα για Windows, το οποίο χρησιμοποιείται κυρίως για τις ανάγκες της ακαδημαϊκής έρευνας. Είναι γρήγορο, παρέχει εργαλεία απεικόνισης και ανάλυσης σύνθετων δικτύων, επίσης υποστηρίζει πίνακες και λίστες γειτνίασης ως εναλλακτικές εισόδους.
- **UCINET** – Είναι και αυτό ένα δωρεάν πρόγραμμα για Windows. Υποστηρίζει γραφήματα μέχρι 32.767 κόμβων. Παρέχει εκτός των σημαντικότερων αλγορίθμων για κεντρικότητες και ένα πλήθος αλγορίθμων για ανάλυση πινάκων.

3.2 Λογισμικά για σύνθετα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων

Για την ανάλυση των πολυεπίπεδων δικτύων δεν υπάρχει κάποιο λογισμικό που να συγκεντρώνει μεγάλο πλήθος αλγορίθμων για την μελέτη τους. Τα περισσότερα εργαλεία που διατίθενται προσφέρουν μόνο μεθόδους γραφικής αναπαράστασης και υπολογισμού των πιο βασικών μετρικών, όπως η εύρεση των συντομότερο μονοπατιών. Επίσης στην πλειοψηφία τους δε αποτελούν ανεξάρτητα προγράμματα αλλά συνήθως απαιτούν την ύπαρξη τρίτων βιβλιοθηκών ή εφαρμογών όπως MATLAB, Octave, R κλπ.

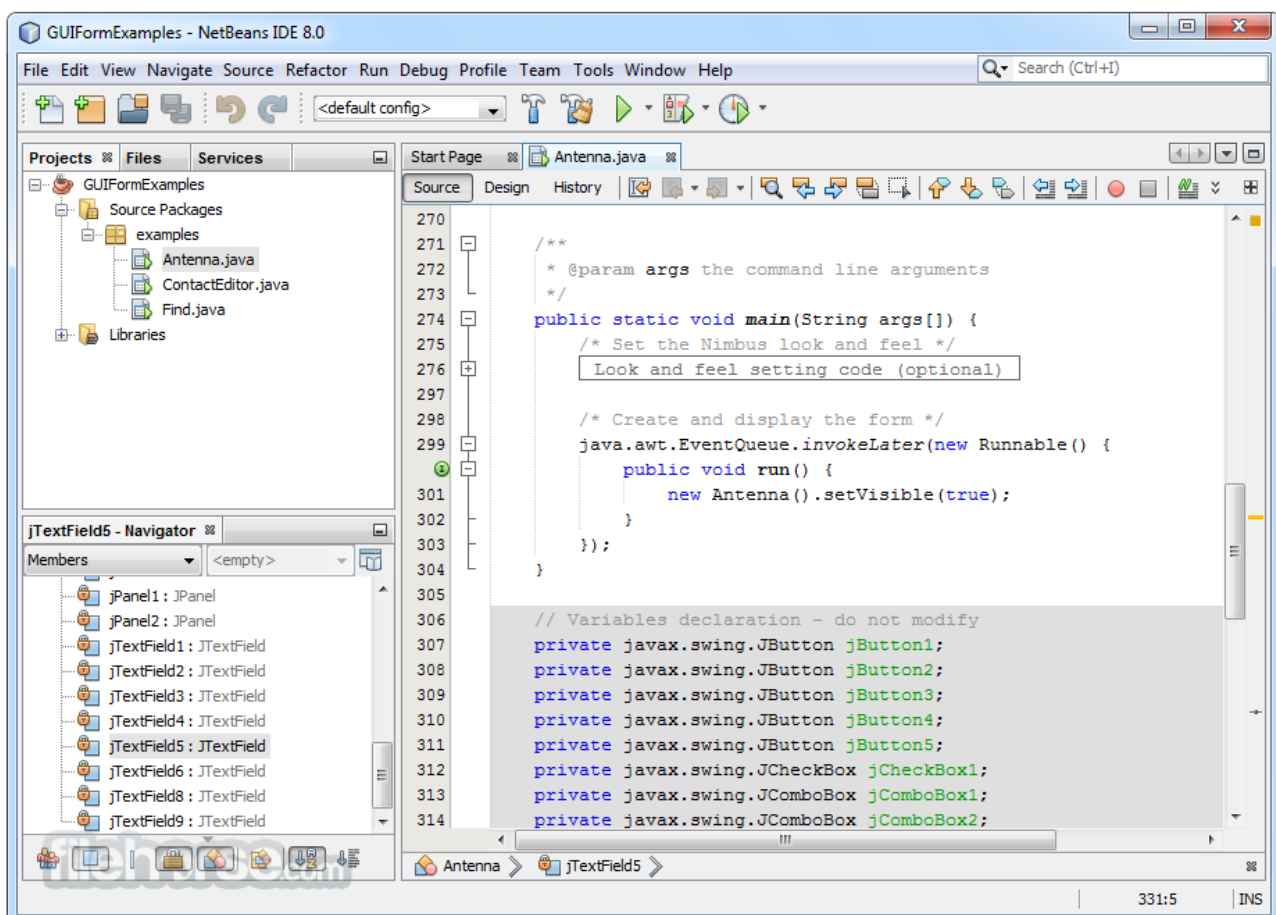
Τα πιο γνωστά λογισμικά που κυκλοφορούν είναι το muxViz, το οποίο απαιτεί την ύπαρξη των γλωσσών Octave και R στο σύστημα και το MULAVito, το οποίο αποτελεί μία βιβλιοθήκη που παρέχει κυρίως αλγορίθμους για την απεικόνιση των γραφημάτων.

4 Το λογισμικό της εργασίας

4.1 Εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν

4.1.1 NetBeans IDE

Για τη συγγραφή του κώδικα χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα NetBeans. Πρόκειται για ένα ολοκληρωμένο περιβάλλον ανάπτυξης λογισμικού (IDE) γραμμένο σε JAVA, που υποστηρίζει επίσης γλώσσες όπως PHP, C, C++ και HTML5. Έχει τη δυνατότητα να τρέξει σε Microsoft Windows, Mac OS X, Linux, Solaris, καθώς και σε άλλες πλατφόρμες που υποστηρίζουν ένα συμβατό Java Virtual Machine (JVM).



Εικόνα 7: NetBeans IDE

4.1.2 JUNG Framework

Η JUNG --Java Universal Network/Graph Framework-- είναι μία ανοικτού κώδικα βιβλιοθήκη προγραμματισμού γραμμένη σε JAVA, η οποία παρέχει τη δυνατότητα για μοντελοποίηση, ανάλυση και γραφική παρουσίαση δεδομένων τα οποία μπορούν να αναπαρασταθούν με μορφή γραφήματος ή δικτύου.

Η αρχιτεκτονική της βιβλιοθήκης είναι σχεδιασμένη να υποστηρίζει μια ποικιλία αναπαραστάσεων δικτύων και σχέσεων μεταξύ δικτύων, όπως κατευθυνόμενα και μη-κατευθυνόμενα γραφήματα, γραφήματα με παράλληλες ακμές και υπέρ-γραφήματα. Παρέχει μηχανισμούς για την προσθήκη υποσημειώσεων σε γραφήματα και άλλες οντότητες. Όλα τα παραπάνω διευκολύνουν την δημιουργία εργαλείων για την ανάλυση σύνθετων δομών δεδομένων καθώς και των μετά-δεδομένων που αφορούν κάθε οντότητα ή σχέση που μελετάται.

Η τελευταία έκδοση της βιβλιοθήκης είναι η 2.0.1, η οποία δόθηκε στην δημοσιότητα στις 24 Ιανουαρίου 2010. Σ' αυτή συμπεριλαμβάνονται υλοποιήσεις ενός μεγάλου αριθμού αλγορίθμων σχετιζόμενων με τη θεωρία γραφημάτων, την εξόρυξη δεδομένων και την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων, όπως για παράδειγμα ρουτίνες για την ομαδοποίηση, την αποσύνθεση, τη βελτιστοποίηση, την παραγωγή τυχαίων γραφημάτων, την στατιστική ανάλυση και τον υπολογισμό των αποστάσεων ενός δικτύου, τις ροές, και άλλες σημαντικές μετρήσεις (κεντρικότητα, PageRank, HITS, κλπ).

Η βιβλιοθήκη JUNG παρέχει και τη δυνατότητα οπτικής αναπαράστασης γραφημάτων κάνοντας εύκολη τη δυνατότητα σχεδιασμού εργαλείων για την διαδραστική επεξεργασία των δεδομένων ενός δικτύου. Ο χρήστης μπορεί να χρησιμοποιήσει τους αλγορίθμους διάταξης που υποστηρίζονται, ή να δημιουργήσει δικούς του. Επίσης παρέχονται δυνατότητες φιλτραρίσματος έτσι ώστε ο χρήστης να δώσει έμφαση σε συγκεκριμένα σημεία ενός γραφήματος ή να απορρίψει κάποια άλλα μη επιθυμητά.

Για την υλοποίηση της παρούσας εργασίας η βιβλιοθήκη JUNG χρησιμοποιήθηκε για την γραφική αναπαράσταση και επεξεργασία των γραφημάτων με τις κατάλληλες προσαρμογές και επεκτάσεις ώστε να υποστηρίζονται πολυδιάστατα γραφήματα.

4.1.3 Git

Το **Git** είναι ένα σύστημα ελέγχου εκδόσεων (λέγεται και σύστημα ελέγχου αναθεωρήσεων ή σύστημα ελέγχου πηγαιού κώδικα) με έμφαση στην ταχύτητα, στην ακεραιότητα των δεδομένων και στην υποστήριξη για κατανεμημένες μη γραμμικές ροές εργασίας. Το Git σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε αρχικά από τον Linus Torvalds για τη ανάπτυξη του πυρήνα Linux το 2005 και έχει γίνει από τότε το πιο διαδεδομένο σύστημα ελέγχου εκδόσεων για ανάπτυξη λογισμικού.

Όπως τα περισσότερα άλλα κατανεμημένα συστήματα ελέγχου εκδόσεων/αναθεωρήσεων και αντίθετα με τα περισσότερα συστήματα πελάτη-διακομιστή, κάθε κατάλογος εργασίας του Git είναι ένα ολοκληρωμένο αποθετήριο λογισμικού με πλήρες ιστορικό και δυνατότητες πλήρους παρακολούθησης της έκδοσης, ανεξάρτητα από την πρόσβαση δικτύου ή ενός κεντρικού διακομιστή. Όπως ο πυρήνας Λίνουξ, το Git είναι Ελεύθερο λογισμικό που διανέμεται κάτω από τους όρους της έκδοσης 2 της Γενικής Άδειας Δημόσιας Χρήσης GNU.

Για την εκμετάλλευση των λειτουργιών του git χρησιμοποιήθηκε το ενσωματωμένο plug-in για διαχείριση αποθετηρίων του Netbeans καθώς προσφέρει γρήγορο και εύκολο συγχρονισμό των αρχείων χωρίς τη χρήση άλλων προγραμμάτων.

4.2 Εγκατάσταση και εκκίνηση της εφαρμογής

Η εγκατάσταση της εφαρμογής είναι αρκετά απλή. Αφού ο χρήστης την κατεβάσει το μόνο που πρέπει να κάνει είναι να την αποσυμπιέσει σε ένα φάκελο της επιλογής του.

Η εκκίνησή της μπορεί να γίνει είτε μέσω γραμμής εντολών, αφού πρώτα ο χρήστης πλοηγηθεί στον φάκελο που εγκαταστάθηκε η εφαρμογή και δίνοντας την εντολή:

```
java -jar dist/MultilevelCNets.jar
```

είτε να τρέξει το αρχείο *start.bat* από Windows ή το *start.sh* από Linux.

4.3 Το γραφικό περιβάλλον της εφαρμογής που αναπτύχθηκε

Με την εκκίνησή της εφαρμογής, ο χρήστης έρχεται σε επαφή με κύριο γραφικό περιβάλλον της εφαρμογής.

Στην κορυφή παρατηρείται η μπάρα που περιλαμβάνει τα μενού με τις βασικές λειτουργίες για το άνοιγμα, την επεξεργασία και την ανάλυση των γραφημάτων. Από εδώ ο χρήστης μπορεί να ανοίξει ένα νέο αρχείο, να τρέξει τους αλγορίθμους για την ανάλυση του καθώς και να εξάγει τα αποτελέσματα.

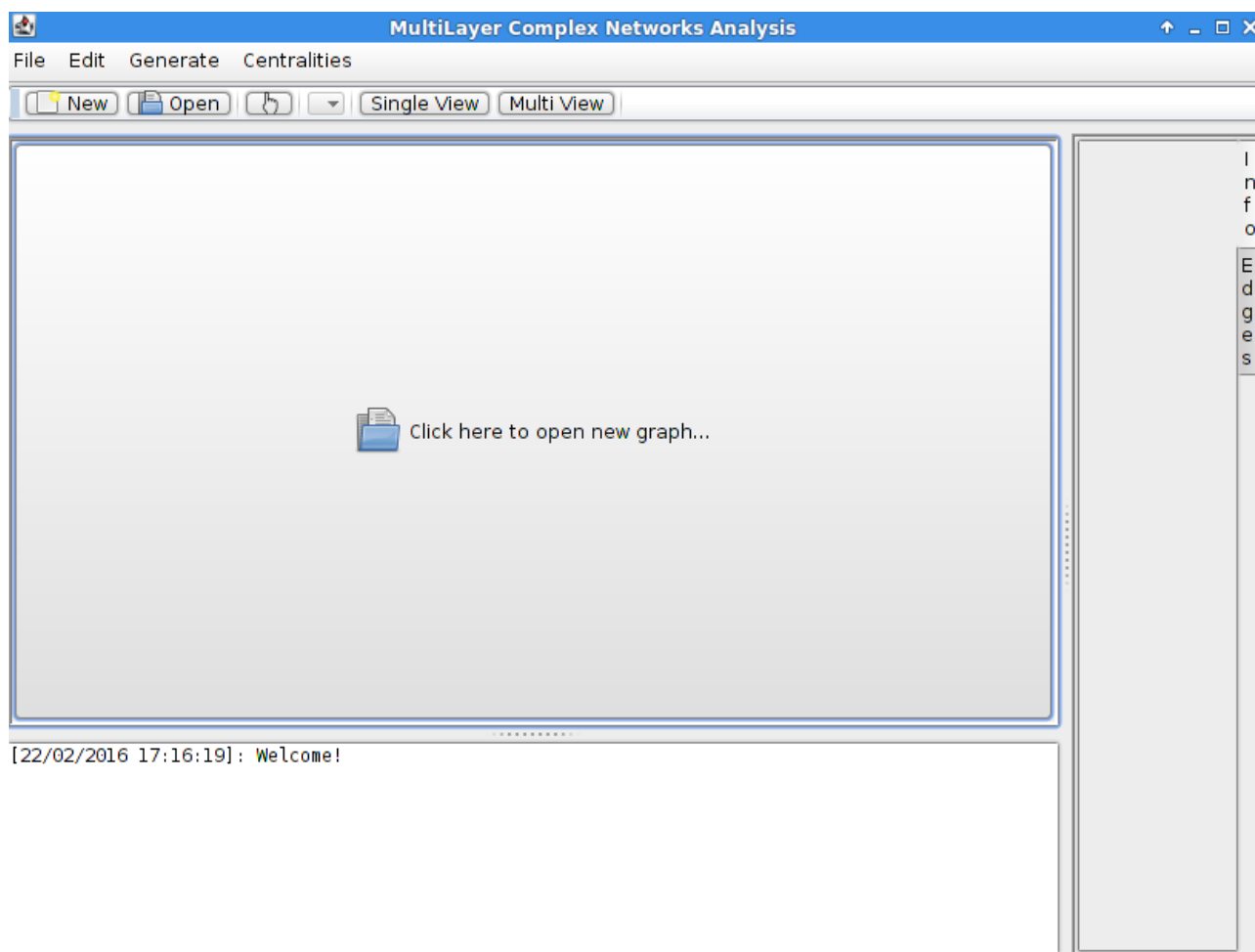
Αμέσως από κάτω υπάρχει μια δευτερεύουσα μπάρα με επιλογές για την επεξεργασία της εμφάνισης και του μετασχηματισμού των γραφημάτων. Οι λειτουργίες που υποστηρίζονται από αυτό το μενού είναι αρχικά το γρήγορο άνοιγμα ενός αρχείου, η επιλογή λειτουργίας του ποντικιού, η οποία θα επεξηγηθεί παρακάτω καθώς και η επιλογή για πολλαπλή προβολή των γραφημάτων ή η μεμονωμένη προβολή του επιπέδου που θα επιλέξει ο χρήστης.

Το μεγαλύτερο μέρος του παραθύρου καταλαμβάνεται από τα πάνελ για την οπτική αναπαράσταση του δικτύου, την προβολή των ιδιοτήτων του και των αποτελεσμάτων της ανάλυσης του.

Στο αριστερό μέρος υπάρχει το πλαίσιο στο οποίο εμφανίζεται η γραφική αναπαράσταση του δικτύου. Πριν ο χρήστης ανοίξει κάποιο αρχείο εμφανίζεται μόνο η επιλογή για άνοιγμα νέου αρχείου, ενώ όταν ανοίξει κάποιο αρχείο θα εμφανιστεί το πολυδιάστατο γράφημα σε μορφή πολλαπλής προβολής.

Κάτω από το προηγούμενο πλαίσιο εμφανίζεται η γραμμή εντολών. Στο εν λόγω πλαίσιο καταγράφονται οι λειτουργίες που εκτελεί ο χρήστης, όπως το άνοιγμα αρχείου, το τρέξιμο ενός αλγορίθμου καθώς και η χρονική στιγμή στην οποία εκτελέστηκε η κάθε λειτουργία. Επιπλέον στη γραμμή εντολών καταγράφονται και πληροφορίες σχετικά με τα σφάλματα που πιθανόν να προκύψουν κατά την εκτέλεση. Τα σφάλματα είναι καταγεγραμμένα με κόκκινο χρώμα ώστε να ξεχωρίζουν από τις υπόλοιπες πληροφορίες.

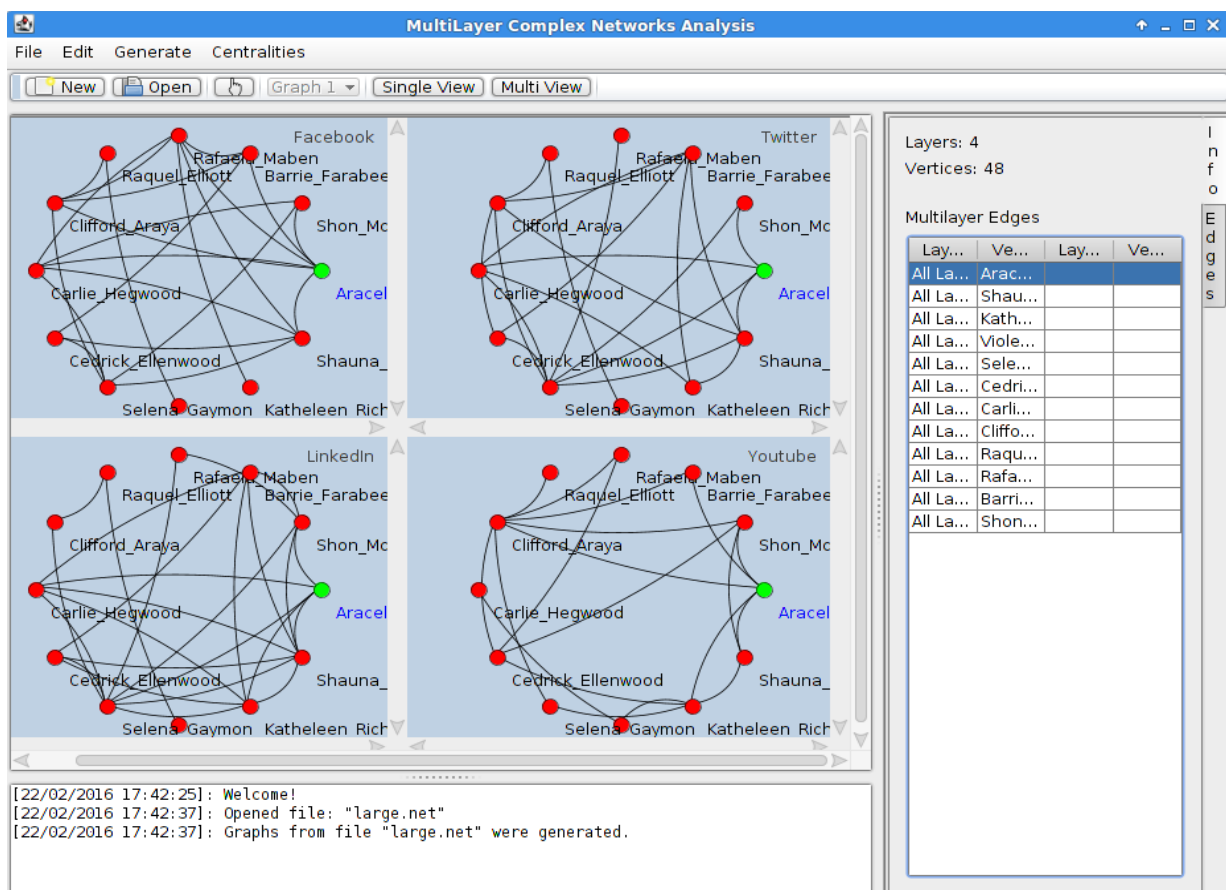
Στο δεξί μέρος τον χώρο καταλαμβάνει ένα πλαίσιο για την εμφάνιση των ιδιοτήτων του δικτύου, την εμφάνιση πληροφοριών για της ακμές που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο καθώς και σε διαφορετικά καθώς και για την εμφάνιση των αποτελεσμάτων μετά από το τρέξιμο ενός αλγορίθμου. Αρχικά και αυτό το πλαίσιο είναι κενό και οι πληροφορίες εμφανίζονται όταν ο χρήστης ανοίξει κάποιο αρχείο.



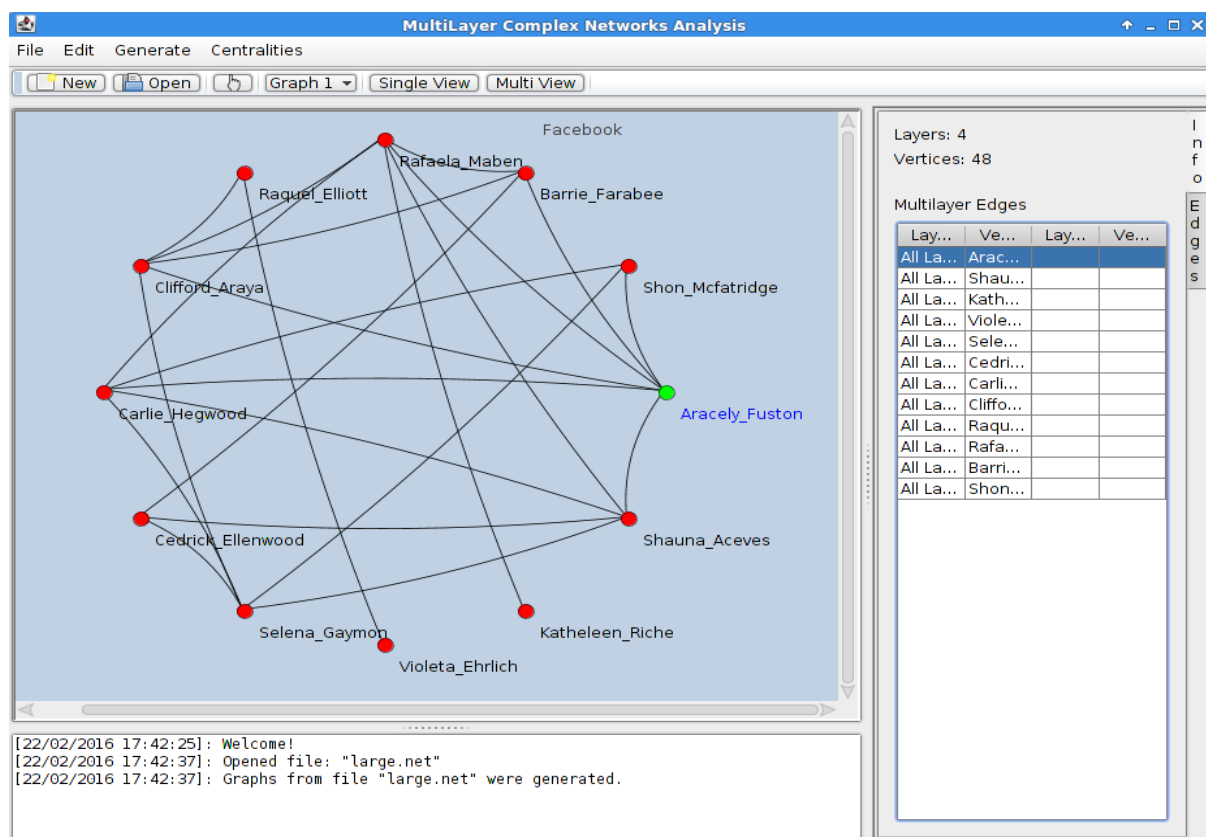
Εικόνα 8: Η αρχική οθόνη της εφαρμογής

4.4 Παραδείγματα γραφημάτων

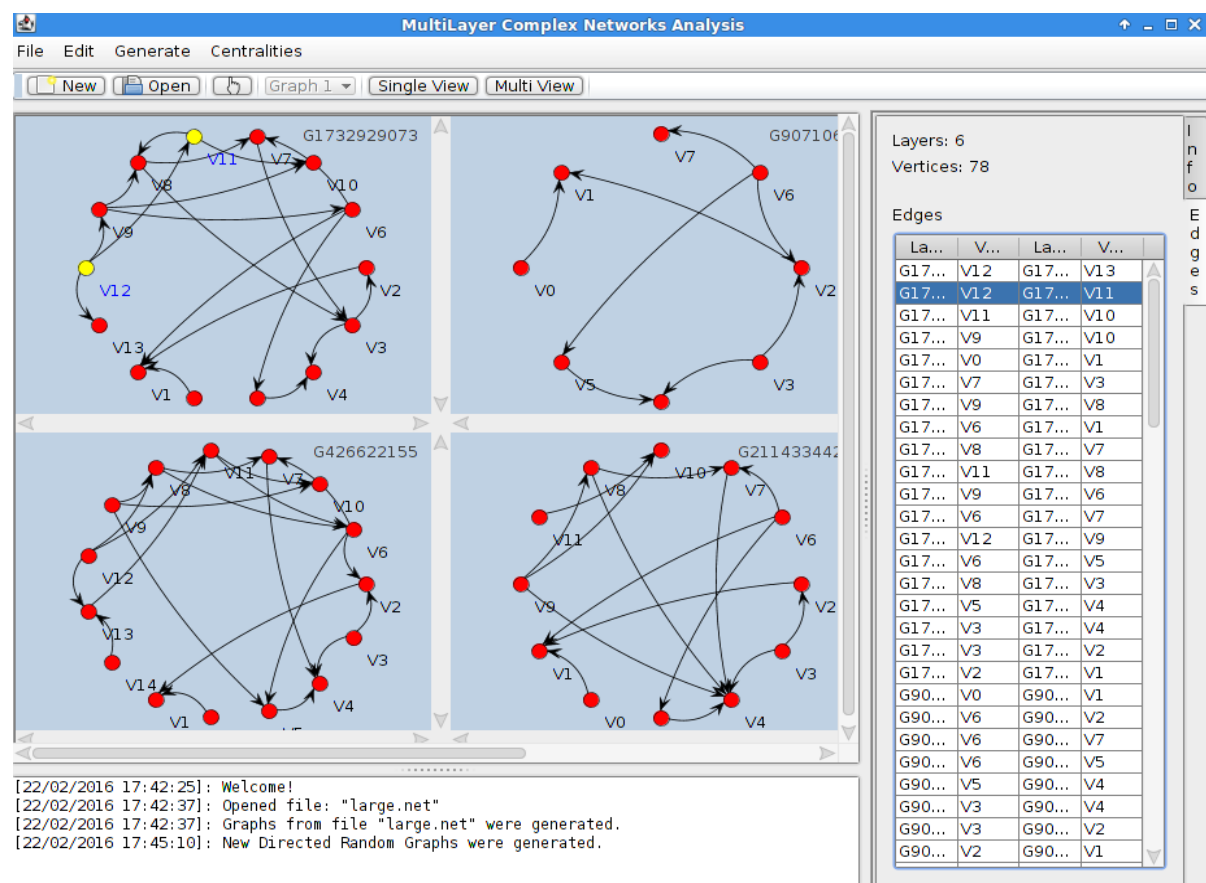
Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζονται δύο παραδείγματα πολυεπίπεδων γραφημάτων, ένα κατευθυνόμενο και ένα μη κατευθυνόμενο ώστε να γίνει κατανοητός ο τρόπος αναπαράστασης και επίδειξης τους από την εφαρμογή. Στις 2 πρώτες εικόνες παρουσιάζεται ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα σε πολλαπλή και μεμονωμένη προβολή αντίστοιχα. Στο δεξί πλαίσιο εμφανίζονται οι πληροφορίες του γραφήματος καθώς και οι ακμές που ενώνουν διαφορετικά επίπεδα. Το συγκεκριμένο γράφημα είναι της μορφής *multiplex* και γι' αυτό οι πολυεπίπεδες ακμές του ενώνουν όλα τα επίπεδα. Στην τρίτη εικόνα παρουσιάζεται ένα κατευθυνόμενο γράφημα σε πολλαπλή προβολή. Στο δεξί πλαίσιο της τρίτης εικόνας έχουμε επιλέξει την προβολή των ακμών ενός μόνο επιπέδου και οι κόμβοι που ενώνει η επιλεγμένη ακμή είναι χρωματισμένοι με κίτρινο χρώμα στο γράφημα.



Εικόνα 9: Μη κατευθυνόμενο γράφημα - πολλαπλή προβολή



Εικόνα 10: Μη κατευθυνόμενο γράφημα - μεμονωμένη προβολή



Εικόνα 11: Κατευθυνόμενο γράφημα - πολλαπλή προβολή

4.5 Διάβασμα αρχείου και αναπαράσταση γραφήματος

4.5.1 Μορφή αρχείου εισόδου

Στο παρών κεφάλαιο παρουσιάζεται η δομή του αρχείου εισόδου ώστε αυτό να μπορεί να γίνει κατανοητό και να αναπαρασταθεί από την εφαρμογή.

- Οι γραμμές που εκκινούν με # παραλείπονται ως σχόλια
- Οι κενές γραμμές δεν επηρεάζουν την ανάγνωση του αρχείου
- Για multiplex δίκτυα πρέπει ο χρήστης να συμπεριλάβει την γραμμή **multiplex* , ενώ για multilayered πρέπει να συμπεριλαμβάνεται η γραμμή **multilayer*.
- Για να δηλώσει τα επίπεδα ο χρήστης πρέπει να υπάρχει μία γραμμή με το αναγνωριστικό **layers* και στις επόμενες γραμμές δηλώνονται τα επίπεδα με την μορφή *id "name"*, όπου *id* είναι ένα αριθμητικό αναγνωριστικό του επιπέδου και *name* το όνομα του.
- Η δήλωση των κόμβων για ένα multiplex δίκτυο πρέπει να ξεκινάει με την γραμμή **vertices* και στις επόμενες γραμμές ακολουθείται παρόμοιο μοτίβο με τα επίπεδα όπου ο χρήστης δηλώνει ένα αριθμητικό αναγνωριστικό του κόμβου και ένα όνομα.
- Στην περίπτωση των multilayer δικτύων ακολουθείται κι εδώ παρόμοιο μοτίβο με την διαφορά ότι ο χρήστης πρέπει να δηλώσει σε ποίο επίπεδο απευθύνεται ο κάθε κόμβος. Αυτό γίνεται συμπεριλαμβάνοντας μία γραμμή του τύπου **vertices layer_id* για κάθε επίπεδο του δικτύου και οι γραμμές που ακολουθούν, οι οποίες θα είναι κι αυτές της μορφής *id "name"* θα ανήκουν στο επίπεδο *layer_id*.
- Για την δήλωση των μη κατευθυνόμενων μονοεπίπεδων ακμών είναι αναγκαία η ύπαρξη της γραμμής **edges layer_id* για κάθε επίπεδο του δικτύου και οι γραμμές που ακολουθούν θα αφορούν το επίπεδο *layer_id*. Κάθε ακμή ακολουθεί το μοτίβο *vertex_id (κενό) vertex_id (κενό) weight (κενό) capacity*.

Οι δύο πρώτες στήλες αφορούν τους κόμβους που ενώνει η ακμή, η τρίτη στήλη περιέχει το βάρος της και η τέταρτη την χωρητικότητα. Οι δύο τελευταίες στήλες δεν είναι αναγκαίο να συμπεριληφθούν και σ αυτή την περίπτωση θα λάβουν την τιμή 1.

- Οι κατευθυνόμενες ακμές είναι της ίδιας μορφής με τις μη κατευθυνόμενες με τη διαφορά ότι η γραμμή **edges layer_id* αντικαθίσταται με την **arcs layer_id* και είναι απαραίτητο η πρώτη στήλη των κόμβων να περιέχει την πηγή και η δεύτερη τον προορισμό.

Για παράδειγμα η ακμή 1 -> 2 με βάρος 4 και χωρητικότητα 15 πρέπει να έχει την μορφή:
"1 2 4 15"

- Οι πολυεπίπεδες ακμές δηλώνονται μόνο στην περίπτωση των multilayer δικτύων αφού στην περίπτωση των multiplex κάθε κόμβος ενώνεται μόνο με τον εαυτό του στα άλλα επίπεδα. Για την δήλωσή τους πρέπει να υπάρχει η γραμμή **multilayer* και οι γραμμές που ακολουθούν πρέπει να υπακούν στο μοτίβο:

“layer_id_1 vertex_id_source layer_id_2 vertex_id_dest weight capacity”

όπου :

- *layer_id_1* είναι το επίπεδο του κόμβου-πηγή,
- *vertex_id_source* το αναγνωριστικό του κόμβου-πηγή,
- *layer_id_2* το επίπεδο του κόμβου-προορισμού,
- *vertex_id_dest* το αναγνωριστικό του κόμβου-προορισμού
- *weight, capacity* το βάρος και η χωρητικότητα αντίστοιχα

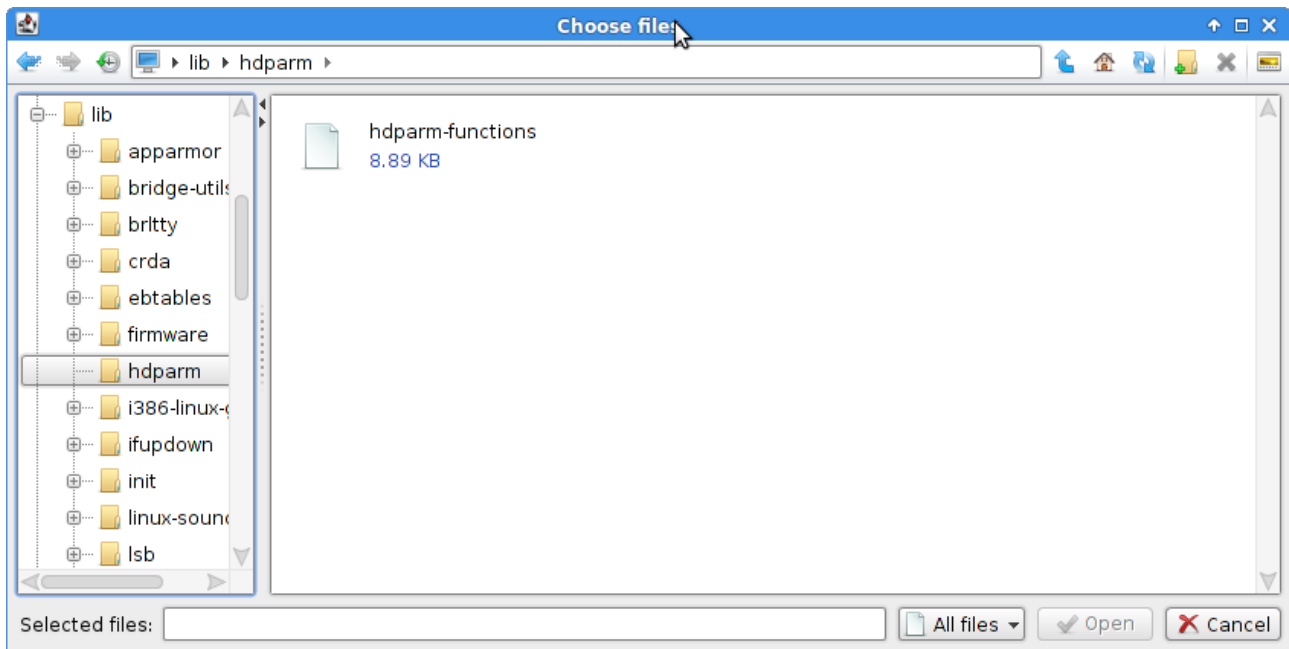
Οποιαδήποτε άλλη μορφή του αρχείου εισόδου, που δεν συμμορφώνεται με τους παραπάνω κανόνες θα οδηγήσει σε σφάλμα, το οποίο θα εμφανιστεί στην γραμμή εντολών της εφαρμογής.

<pre>#παράδειγμα αρχείου εισόδου multiplex *multiplex #ορισμός επιπέδων *layers 1 "layer1" 2 "layer2" #ορισμός κόμβων *vertices 1 "V1" 2 "V2" 3 "V3" 4 "V4" #ορισμός μη-κατευθ. ακμών 1ου επιπέδου *edges 1 1 2 1 3 2 4 #ορισμός μη-κατευθ. ακμών 2ου επιπέδου *edges 2 1 4 2 3 2 4</pre>	<pre>#παράδειγμα αρχείου εισόδου multilayer *multilayer #ορισμός επιπέδων *layers 1 "layer1" 2 "layer2" #ορισμός κόμβων 1ου επιπέδου *vertices 1 1 "V1_1" 2 "V1_2" #ορισμός κόμβων 2ου επιπέδου *vertices 2 3 "V2_1" 4 "V2_2" ορισμός κατευθ. βεβαρημένων ακμών 1ου επ. *arcs 1 1 2 5 ορισμός κατευθ. βεβαρημένων ακμών 2ου επ. *arcs 2 4 3 6 #ορισμός πολυεπίπεδων βεβαρημένων ακμών *multilayer 1 1 2 3 5</pre>
---	---

4.5.2 Άνοιγμα αρχείου από την εφαρμογή

Για το άνοιγμα αρχείου ώστε να δημιουργηθεί το γράφημα υπάρχουν 3 τρόποι.

- Αρχικά και εφόσον ο χρήστης δεν έχει προηγουμένως ανοίξει κάποιο άλλο αρχείο, πατώντας στο πλαίσιο εμφάνισης των γραφημάτων θα εμφανιστεί το μενού επιλογής αρχείου προς άνοιγμα.
- Εάν έχει προηγηθεί το άνοιγμα κάποιου άλλου αρχείου ο χρήστης μπορεί να ανοίξει νέο αρχείο απ το κύριο μενού ακολουθώντας τη διαδρομή *File -> Open* είτε από το δευτερεύον μενού πατώντας απ' ευθείας το κουμπί *Open*.



Εικόνα 12: Εύρεση αρχείου προς άνοιγμα

4.5.3 Διαχείριση και μετασχηματισμός γραφήματος

4.5.3.1 Μετασχηματισμός του γραφήματος

Με το άνοιγμα ενός αρχείου με την σωστή δομή το γράφημα θα σχεδιαστεί σε πολλαπλή προβολή με κυκλική διάταξη. Μέσω της εφαρμογής ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επεξεργαστεί την εμφάνιση του γραφήματος κάνοντας διάφορους μετασχηματισμούς ή αλλάζοντας τη διάταξή του.

Οι μετασχηματισμοί του γραφήματος γίνονται με τη βοήθεια του ποντικιού. Στο μενού συντομεύσεων υπάρχει επιλογή για την λειτουργία που θα εκτελεί το ποντίκι. Η προεπιλεγμένη επιλογή είναι η λειτουργία μετασχηματισμού του γραφήματος, ενώ αν ο χρήστης πατήσει το κουμπί αλλαγής λειτουργίας τότε θα μεταβεί σε λειτουργία επιλογής και μετακίνησης των κόμβων.



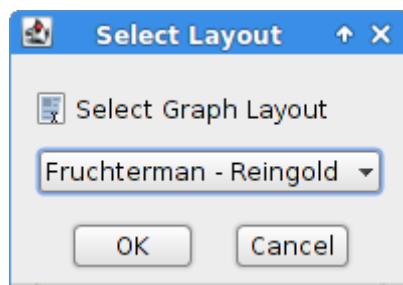
Οι μετασχηματισμοί που υποστηρίζονται είναι:

- ζουμ με τη ροδέλα του ποντικιού,
- περιστροφή του γραφήματος, πατώντας *Shift* + *αριστερό κλικ* και κουνώντας το ποντίκι στην επιθυμητή κατεύθυνση,
- κλιμάκωση, πατώντας *Ctrl* + *αριστερό κλικ* και κουνώντας το ποντίκι στην επιθυμητή κατεύθυνση.

Στην λειτουργία επιλογής και μετακίνησης κόμβων ο χρήστης μπορεί να επιλέξει έναν κόμβο και να τον μετακινήσει μέσα στο πλαίσιο.

4.5.3.2 Αλλαγή της διάταξης

Η προεπιλεγμένη διάταξη του γραφήματος είναι η κυκλική. Ακολουθώντας τη διαδρομή *Edit* -> *Change Layout*, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει από μια ποικιλία διαθέσιμων διατάξεων.

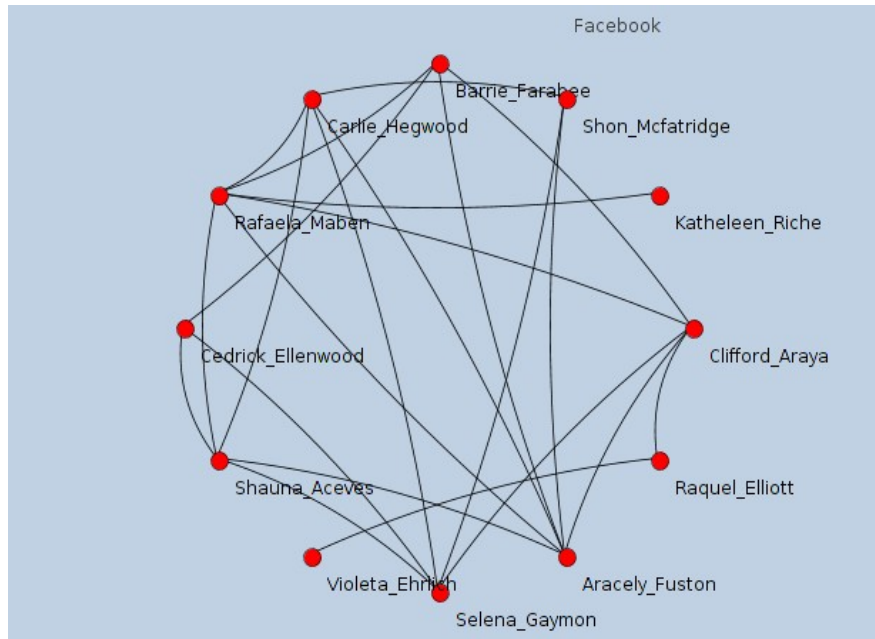


Εικόνα 13: Μενού επιλογής διάταξης

Ακολουθούν οι δυνατές επιλογές διάταξης με μία αντίστοιχη εικόνα επίδειξης.

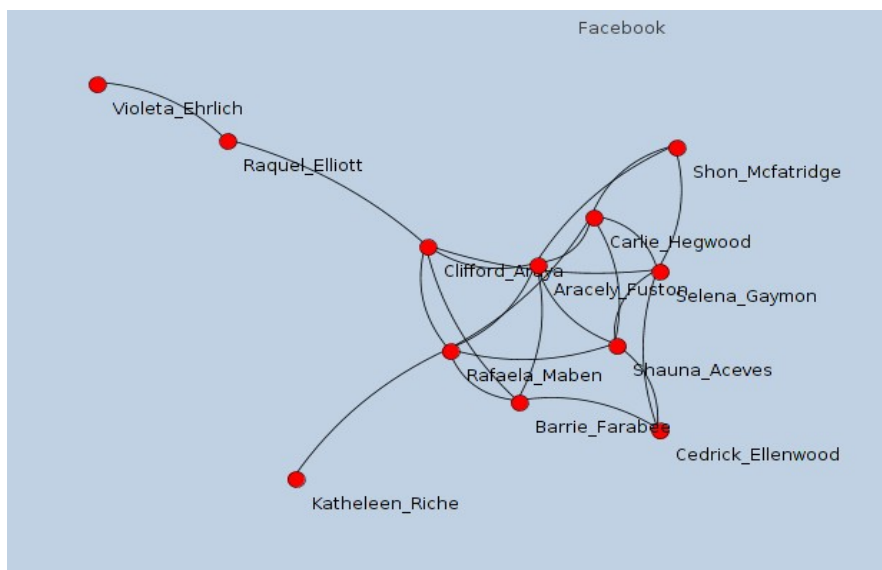
- Circular

Στην κυκλική διάταξη, οι κόμβοι του γραφήματος τοποθετούνται πάνω στην περιφέρεια ενός κύκλου με ίσες αποστάσεις μεταξύ τους έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα πολύγωνο.



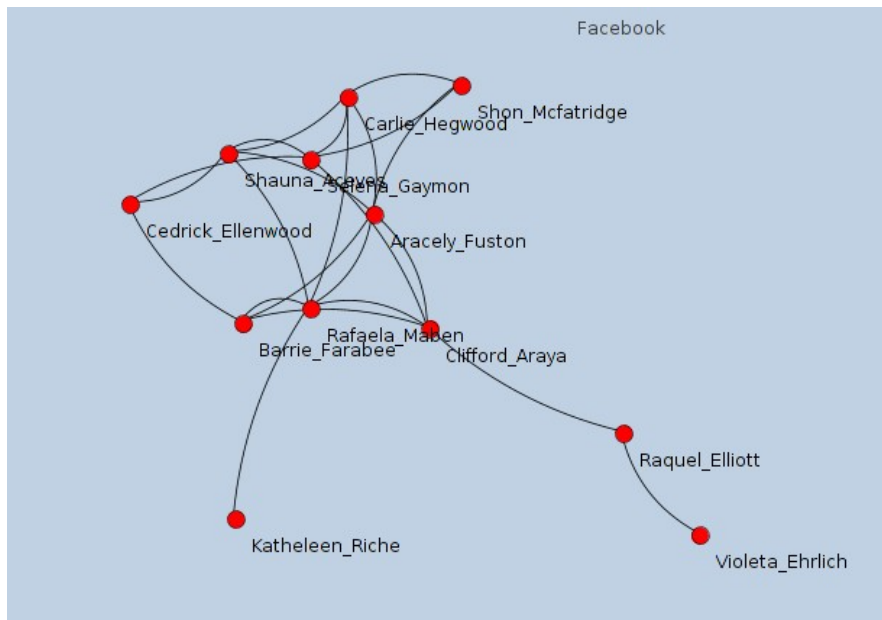
Οι υπόλοιπες διατάξεις που υποστηρίζονται ανήκουν σε μία οικογένεια αλγορίθμων που προσπαθεί να τοποθετήσει τους κόμβους στον διαθέσιμο χώρο με όσο το δυνατόν μικρότερη απόσταση μεταξύ τους και όσο το δυνατόν λιγότερες διασταυρώσεις ακμών. Συνοπτικά αυτές οι διατάξεις παρουσιάζονται παρακάτω.

- Fruchterman – Reingold



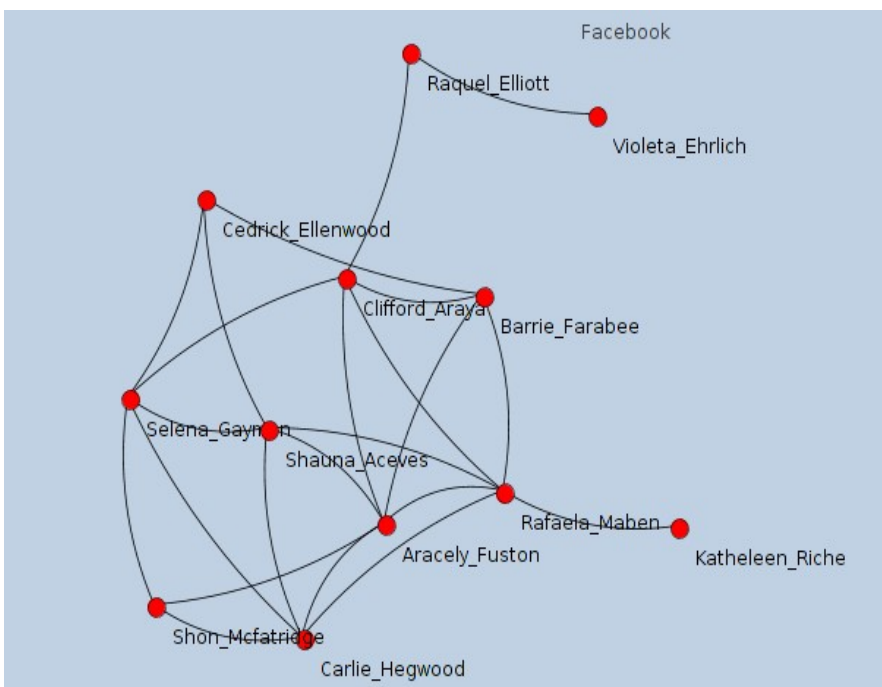
Εικόνα 14: Fruchterman – Reingold

- Fruchterman – Reingold 2



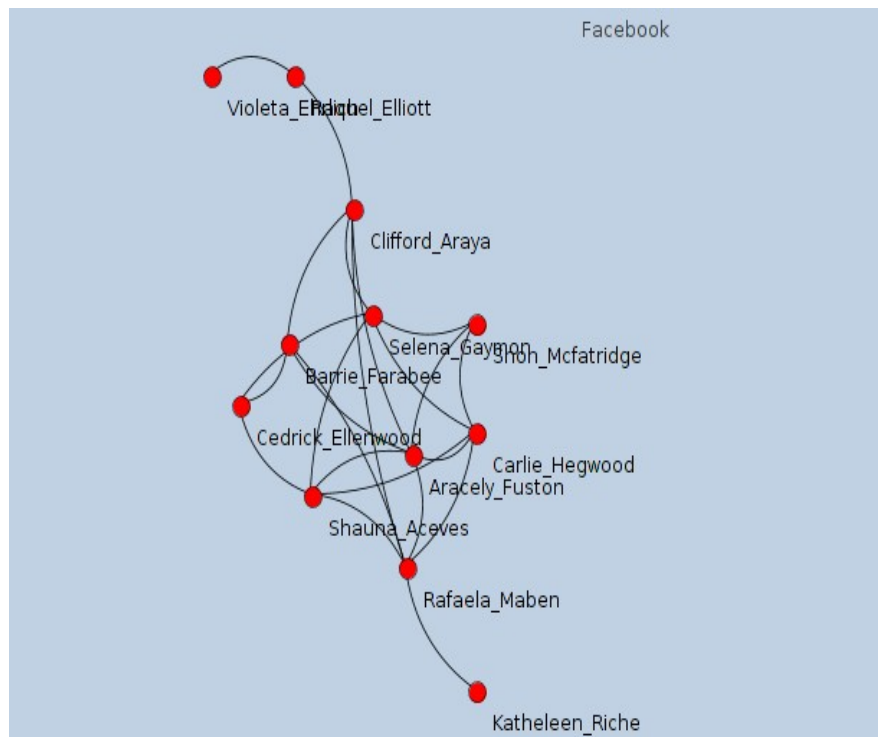
Εικόνα 15: Διάταξη Fruchterman – Reingold 2

- ISOM



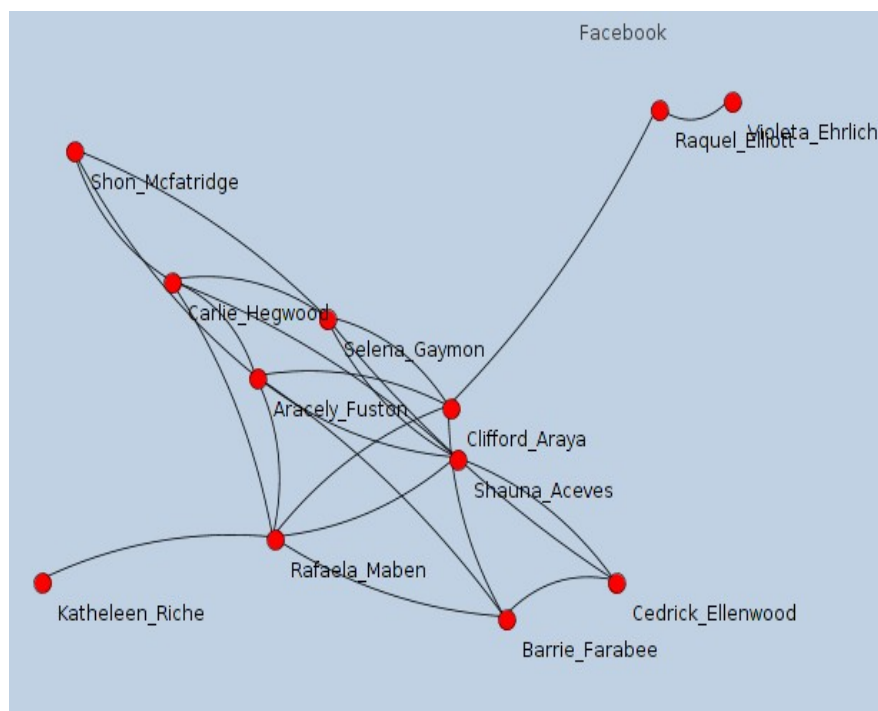
Εικόνα 16: Διάταξη ISOM

- Kamada – Kawai



Εικόνα 17: Διάταξη Kamada – Kawai

- Spring



Εικόνα 18: Διάταξη Spring

5 Αλγόριθμοι κεντρικότητας

Στη θεωρία των γραφημάτων και της ανάλυσης δικτύων, οι δείκτες κεντρικότητας επιχειρούν να εντοπίσουν μέσω διαφόρων υπολογισμών τους σημαντικότερους κόμβους ενός γραφήματος. Στην πλειονότητά τους οι αλγόριθμοι εύρεσης κεντρικότητας των πολυεπίπεδων δικτύων αποτελούν γενικεύσεις των κλασικών αλγορίθμων των απλών δικτύων, άλλοτε υπολογίζοντας αθροιστικά τις κεντρικότητες των ξεχωριστών επιπέδων και άλλοτε προσθέτοντας δείκτες βαρύτητας αναλόγως του επιπέδου που γίνεται ο υπολογισμός.

Η κυριότερη αδυναμία πολλών από αυτών των αλγορίθμων είναι η εξάρτησή τους από τη σειρά προσπέλασης των επιπέδων. Πολλές φορές τα αποτελέσματα ενδέχεται να παρουσιάζονται διαφορετικά για το ίδιο γράφημα εάν ληφθεί άλλη σειρά προσπέλασης των επιπέδων κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου.

Στην εφαρμογή που αναπτύχθηκε, έγινε μια προσπάθεια συγκέντρωσης των πιο διαδεδομένων αλγορίθμων εύρεσης κεντρικότητας για τα πολυεπίπεδα δίκτυα. Λόγω του σχετικά πρόσφατου ενδιαφέροντος προς τα πολυεπίπεδα δίκτυα καθημερινά παρουσιάζονται στην βιβλιογραφία καινούριοι αλγόριθμοι, ενώ οι ήδη υπάρχοντες ενδέχεται να παρουσιάζουν διαφορές στην υλοποίηση τους από κάθε ομάδα.

Αναλυτικότερα για τα πολυεπίπεδα δίκτυα της μορφής *multiplex* υποστηρίζονται οι παρακάτω αλγόριθμοι κεντρικότητας:

- Degree Centrality
- Cross-Layered Degree Centrality
- Betweenness Centrality
- PageRank

Ενώ για τα πολυεπίπεδα δίκτυα της μορφής *multilayer* υποστηρίζονται οι ακόλουθοι αλγόριθμοι:

- Degree Centrality
- Cross-Layered Degree Centrality
- Power Community Index

Για να μπορέσει ο χρήστης να εφαρμόσει τους αλγορίθμους κεντρικότητας πρέπει, αφού ανοίξει κάποιο γράφημα να πλοηγηθεί στο μενού *Centralities* και να επιλέξει τον αλγόριθμο που επιθυμεί.

5.1 Κεντρικότητες για multiplex δίκτυα

5.1.1 Κεντρικότητα Βαθμού – Degree Centrality

5.1.1.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου

Στην κλασική θεωρία δικτύων, η κεντρικότητα βαθμού ενός μη κατευθυνόμενου και μη βεβαρημένου γραφήματος υπολογίζεται για κάθε κόμβο ως το άθροισμα των ακμών που προσπίπτουν σε αυτόν.

Στην περίπτωση που οι ακμές έχουν και βάρη, τότε ο υπολογισμός γίνεται αθροίζοντας τα βάρη των ακμών που προσπίπτουν σε κάθε κόμβο, ενώ στην περίπτωση των κατευθυνόμενων γραφημάτων, υπολογίζεται η κεντρικότητα έσω-βαθμού (in-degree centrality) ενός κόμβου, ως το άθροισμα των ακμών που έχουν ως προορισμό τον κόμβο και η κεντρικότητα έξω-βαθμού (out-degree centrality), ως το άθροισμα των ακμών που έχουν ως πηγή τον συγκεκριμένο κόμβο.

Για την περίπτωση των multiplex δικτύων, η μέθοδος υπολογισμού του βαθμού ενός κόμβου αποτελεί μία γενίκευση της κλασικής μεθόδου, υπολογίζοντας το άθροισμα των προσπίπτουσων ακμών ενός κόμβου ανεξαρτήτως επιπέδου.

Εάν ορίσουμε ως $E_{xy} = w(x, y, l)$ την κατευθυνόμενη ακμή βάρους w από τον κόμβο x προς τον κόμβο y στο επίπεδο l και $E_{yx} = w(y, x, l)$ την κατευθυνόμενη ακμή βάρους w από τον κόμβο y προς τον κόμβο x αντίστοιχα, τότε:

- Κεντρικότητα βαθμού μη-κατευθυνόμενου γραφήματος:

$$deg(x) = \sum_{l=1}^N w(x, y, l) + \sum_{l=1}^N w(y, x, l)$$

- Κεντρικότητα έσω-βαθμού κατευθυνόμενου γραφήματος:

$$deg^{IN}(x) = \sum_{l=1}^N w(y, x, l)$$

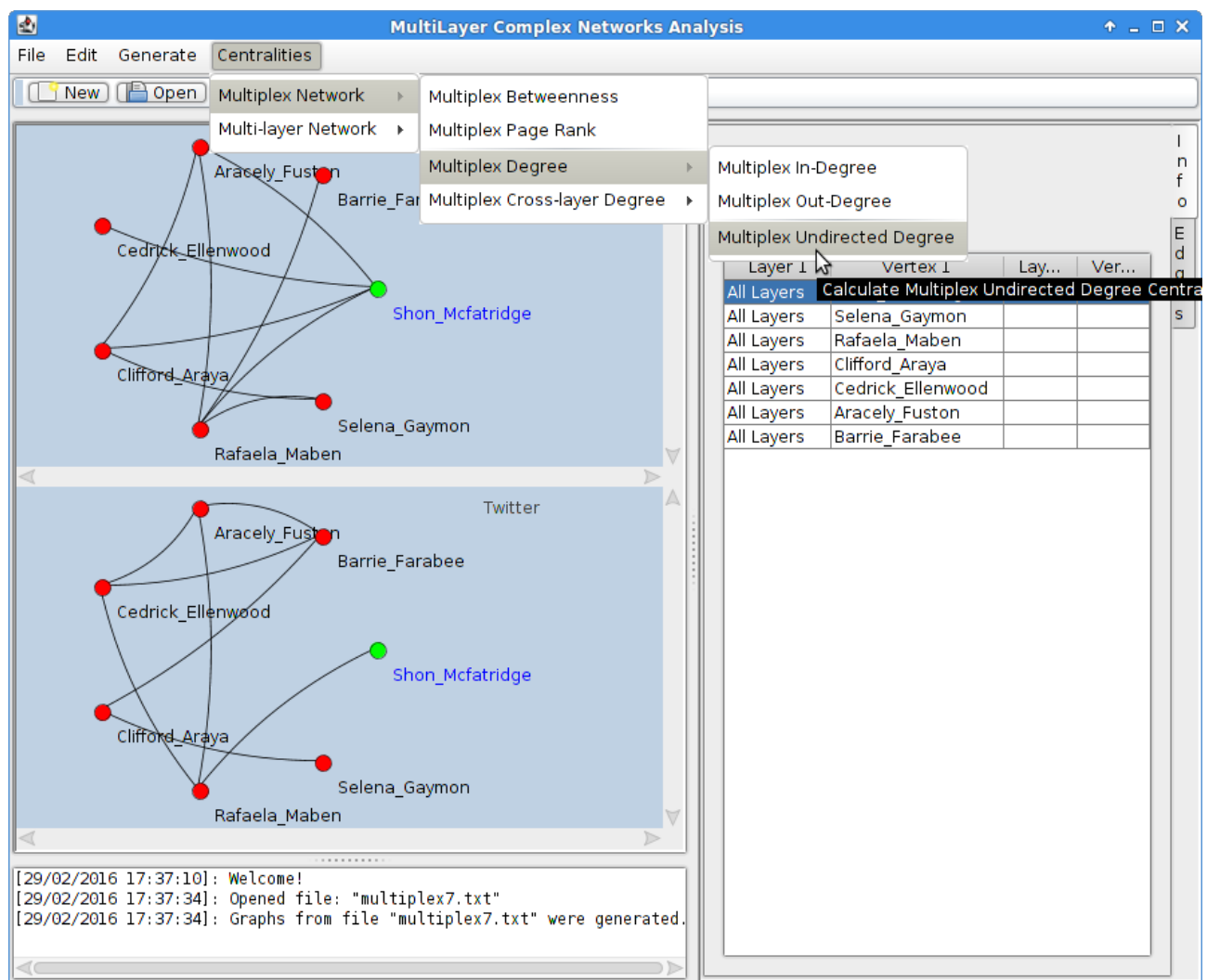
- Κεντρικότητα έξω-βαθμού κατευθυνόμενου γραφήματος:

$$deg^{OUT}(x) = \sum_{l=1}^N w(x, y, l)$$

5.1.1.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου

Παρακάτω θα δούμε 2 παραδείγματα εκτέλεσης του αλγορίθμου μέσω της εφαρμογής που αναπτύχθηκε.

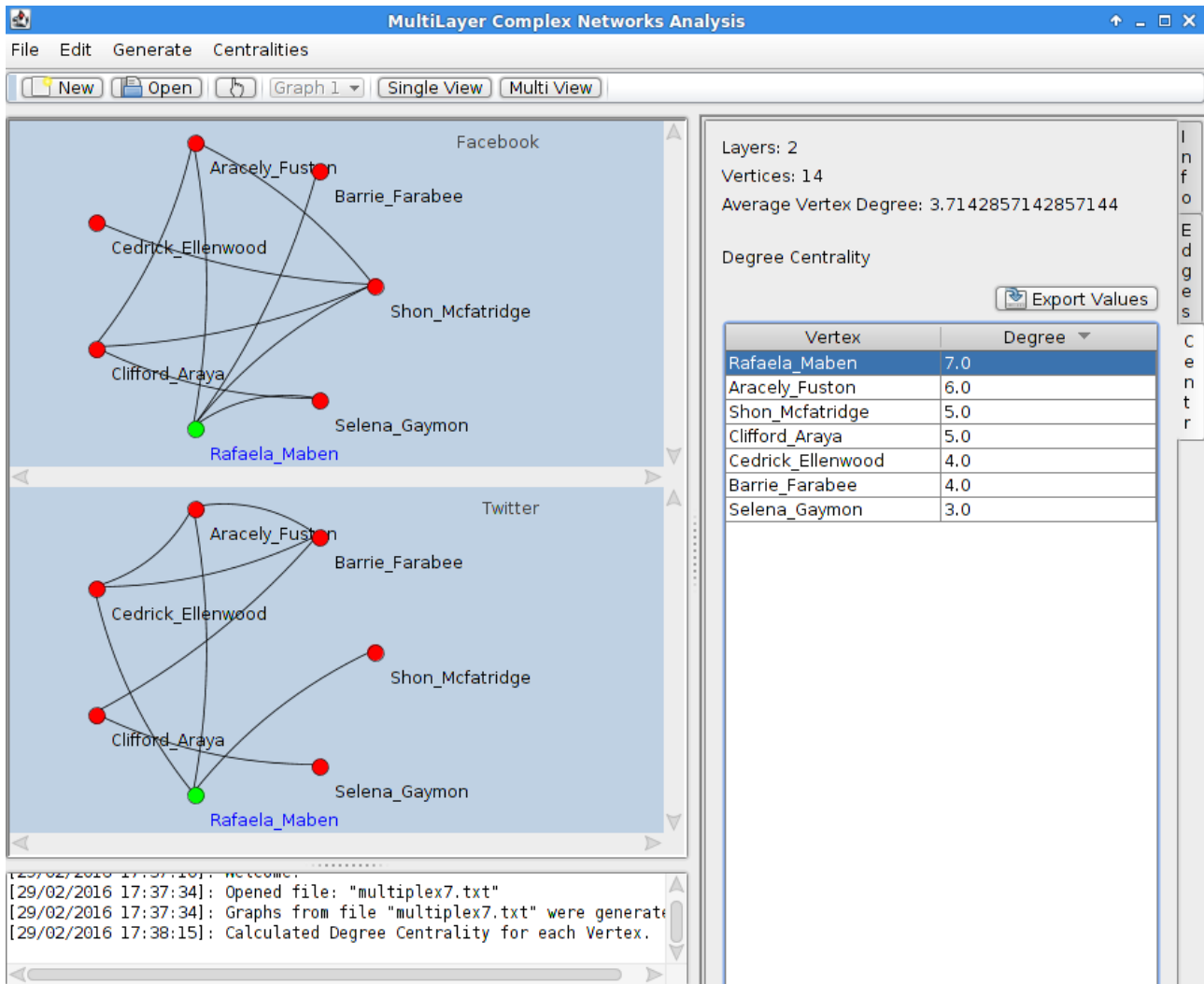
Στην περίπτωση των μη-κατευθυνόμενων γραφημάτων ο χρήστης, αφού έχει ανοίξει κάποιο αρχείο εκτελεί τον αλγόριθμο εύρεσης κεντρικότητας βαθμού μέσω του μενού *Centralities* -> *Multiplex Network* -> *Multiplex Degree* -> *Multiplex Undirected Degree*



Εικόνα 19: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου κεντρικότητας βαθμού για μη κατευθυνόμενο γράφημα

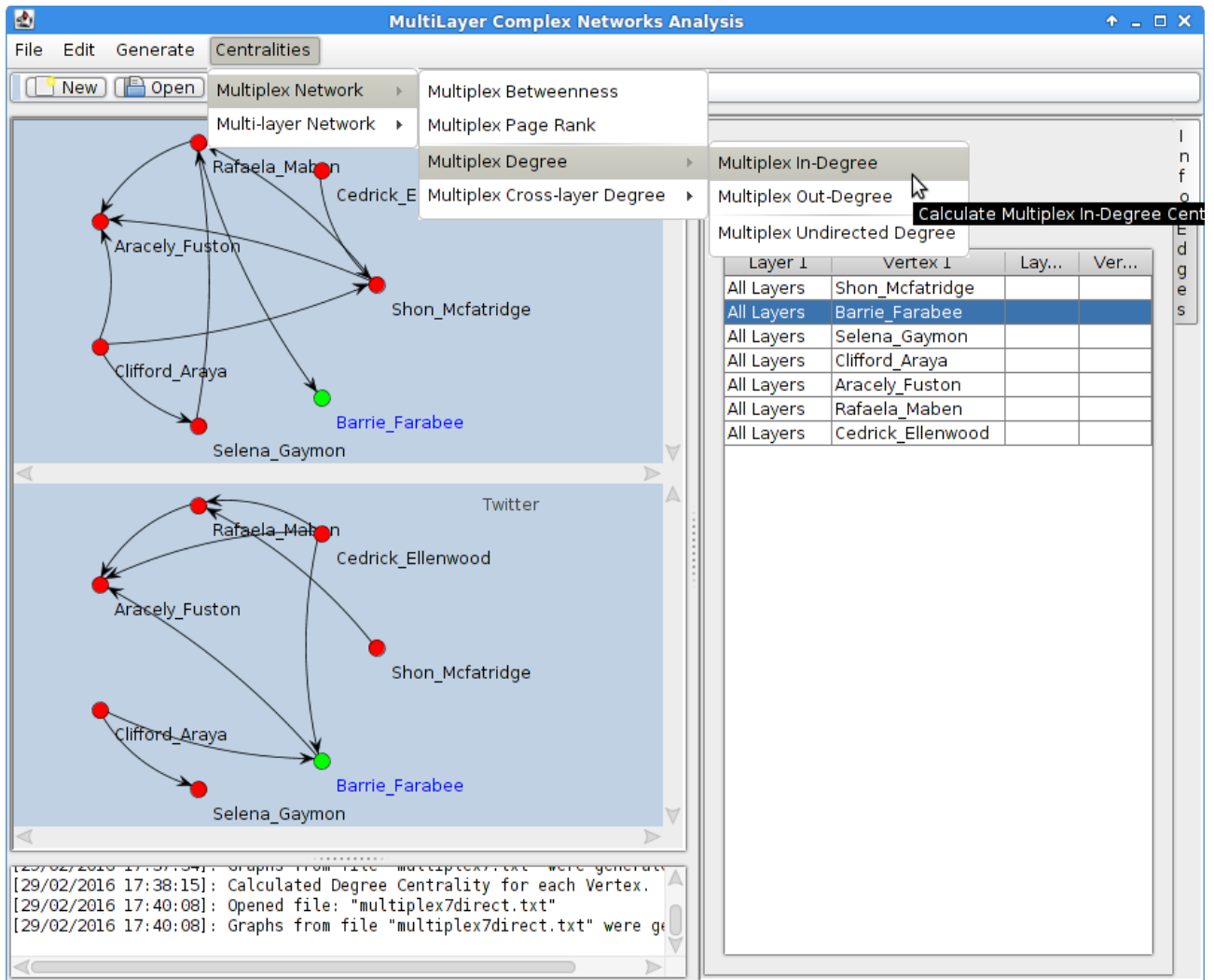
Το αποτέλεσμα της εκτέλεσης θα εμφανιστεί στον πίνακα του δεξιού πάνελ, στον οποίο αναγράφονται οι κόμβοι και ο βαθμός του κάθε κόμβου αντίστοιχα. Ο πίνακας είναι δυνατόν να ταξινομηθεί ώστε να εμφανίζονται τα αποτελέσματα από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο ή αντιστρόφως. Επίσης εμφανίζεται και ο μέσος όρος των κεντρικότητας βαθμού όλου του γραφήματος.

Στην παρακάτω εικόνα βλέπουμε επιλεγμένο έναν κόμβο με βαθμό κεντρικότητας 7.0. Όπως είναι εμφανές και μέσω των γραφημάτων αυτός προέκυψε από το άθροισμα του βαθμού του κόμβου στο πρώτο επίπεδο (4.0) και του βαθμού του δευτέρου επιπέδου (3.0).



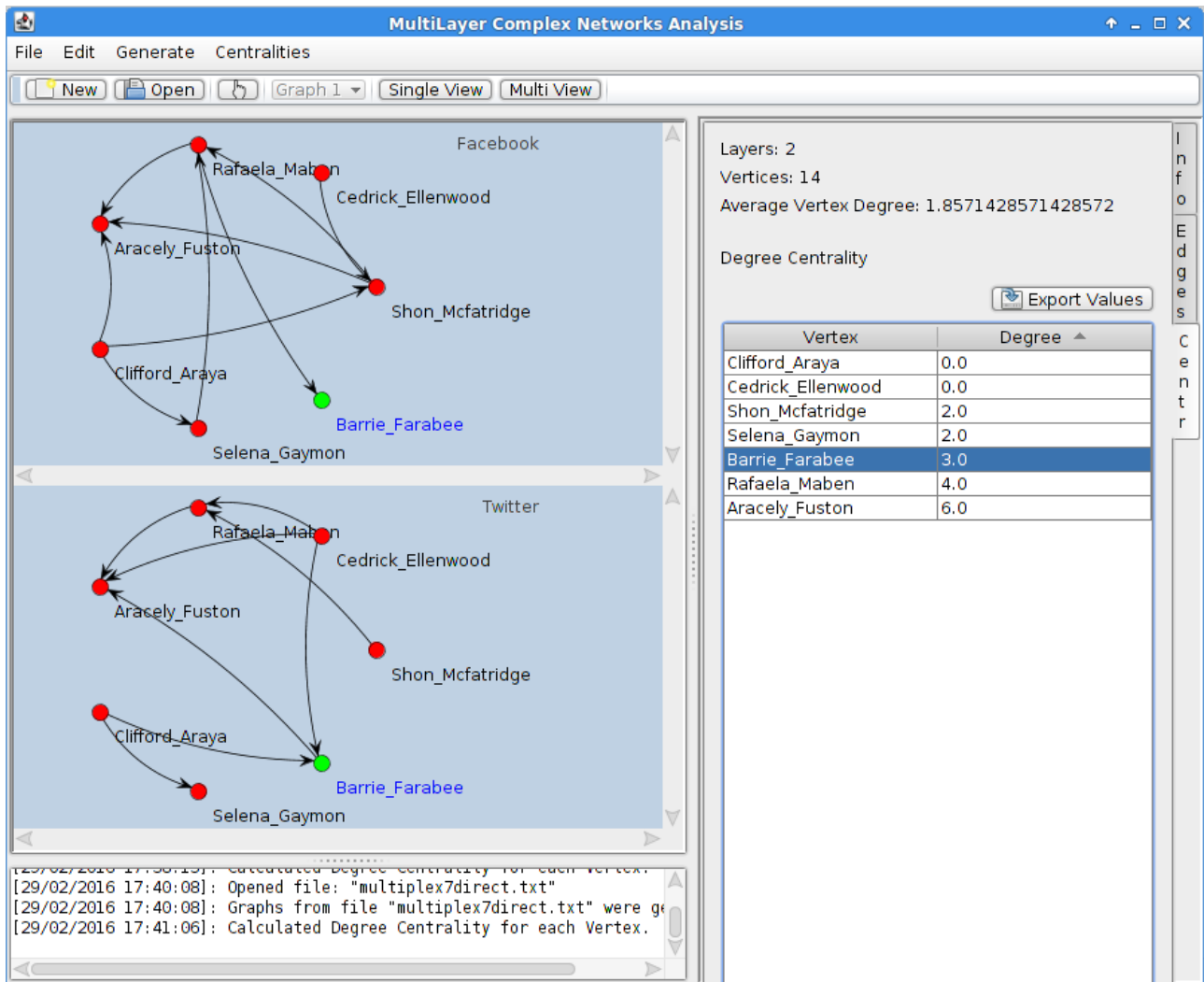
Εικόνα 20: Τα αποτελέσματα του υπολογισμού της κεντρικότητας βαθμού

Με παρόμοιο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός της κεντρικότητας βαθμού ενός κατευθυνόμενου γραφήματος. Ο χρήστης μεταβαίνει στο μενού *Centralities* -> *Multiplex Network* -> *Multiplex Degree* -> *Multiplex In-Degree* ή *Multiplex Out-Degree* για τον υπολογισμό της κεντρικότητας έσω- και έξω βαθμού αντίστοιχα.



Εικόνα 21: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου κεντρικότητας έσω-βαθμού για κατευθυνόμενο γράφημα

Όμοια με τα προηγούμενα παραδείγματα εμφανίζονται και τα αποτελέσματα, συγκεκριμένα για τον επιλεγμένο κόμβο βλέπουμε ότι ο βαθμός του είναι 3.0 και όπως είναι εμφανές και από το γράφημα έχει μία εισερχόμενη ακμή στο πρώτο επίπεδο και 2 στο δεύτερο.



Εικόνα 22: Τα αποτελέσματα του υπολογισμού της κεντρικότητας έσω-βαθμού

5.1.2 Cross-Layered Degree Centrality

5.1.2.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου

Η κεντρικότητα cross-layer επιχειρεί να υπολογίσει τον μέγιστο αριθμό ακμών που προσπίπτουν σε ένα κόμβο σε ένα μεταβαλλόμενο αριθμό επιπέδων.

Η μέθοδος υπολογισμού χρησιμοποιεί την έννοια της πολυεπίπεδης γειτονιάς ενός κόμβου $MN(x, \alpha)$, ορίζοντας την ως το σύνολο των κόμβων που είναι απ' ευθείας συνδεδεμένοι με έναν κόμβο x σε τουλάχιστον α ($1 \leq \alpha \leq |L|$) επίπεδα, όπου L ο συνολικός αριθμός των επιπέδων του δικτύου.

Αν ορίσουμε ως $E_{xy} = w(x, y, l)$ την κατευθυνόμενη ακμή βάρους w από τον κόμβο x προς τον κόμβο y στο επίπεδο l , τότε η cross-layered κεντρικότητα βαθμού ενός μη-κατευθυνόμενου δικτύου (CLDC) ορίζεται ως:

$$CLDC(x, \alpha) = \sum_{y \in MN(x, \alpha)} w(x, y, l) + \sum_{y \in MN(x, \alpha)} w(y, x, l)$$

Είναι επίσης δυνατόν οι τιμές της κεντρικότητας να κανονικοποιηθούν διαιρώντας με το συνολικό αριθμό των κόμβων του δικτύου και του αριθμού των επιπέδων. Σε αυτή την περίπτωση η cross-layered κεντρικότητα βαθμού (CLDC) ορίζεται ως:

$$CLDC(x, \alpha) = \frac{\sum_{y \in MN(x, \alpha)} w(x, y, l) + \sum_{y \in MN(x, \alpha)} w(y, x, l)}{(m-1)|L|}$$

όπου m ο αριθμός των κόμβων του δικτύου και L ο συνολικός αριθμός των επιπέδων.

Εάν το προς μελέτη γράφημα είναι κατευθυνόμενο τότε η cross-layer κεντρικότητα εσω-βαθμού ορίζεται ως:

$$CLDC^{IN}(x, \alpha) = \sum_{y \in MN(x, \alpha)} w(y, x, l)$$

και η κανονικοποιημένη εκδοχή:

$$CLDC^{IN}(x, \alpha) = \frac{\sum_{y \in MN(x, \alpha)} w(y, x, l)}{(m-1)|L|}$$

Αντιστοίχως η cross-layer κεντρικότητα έξω-βαθμού ορίζεται ως:

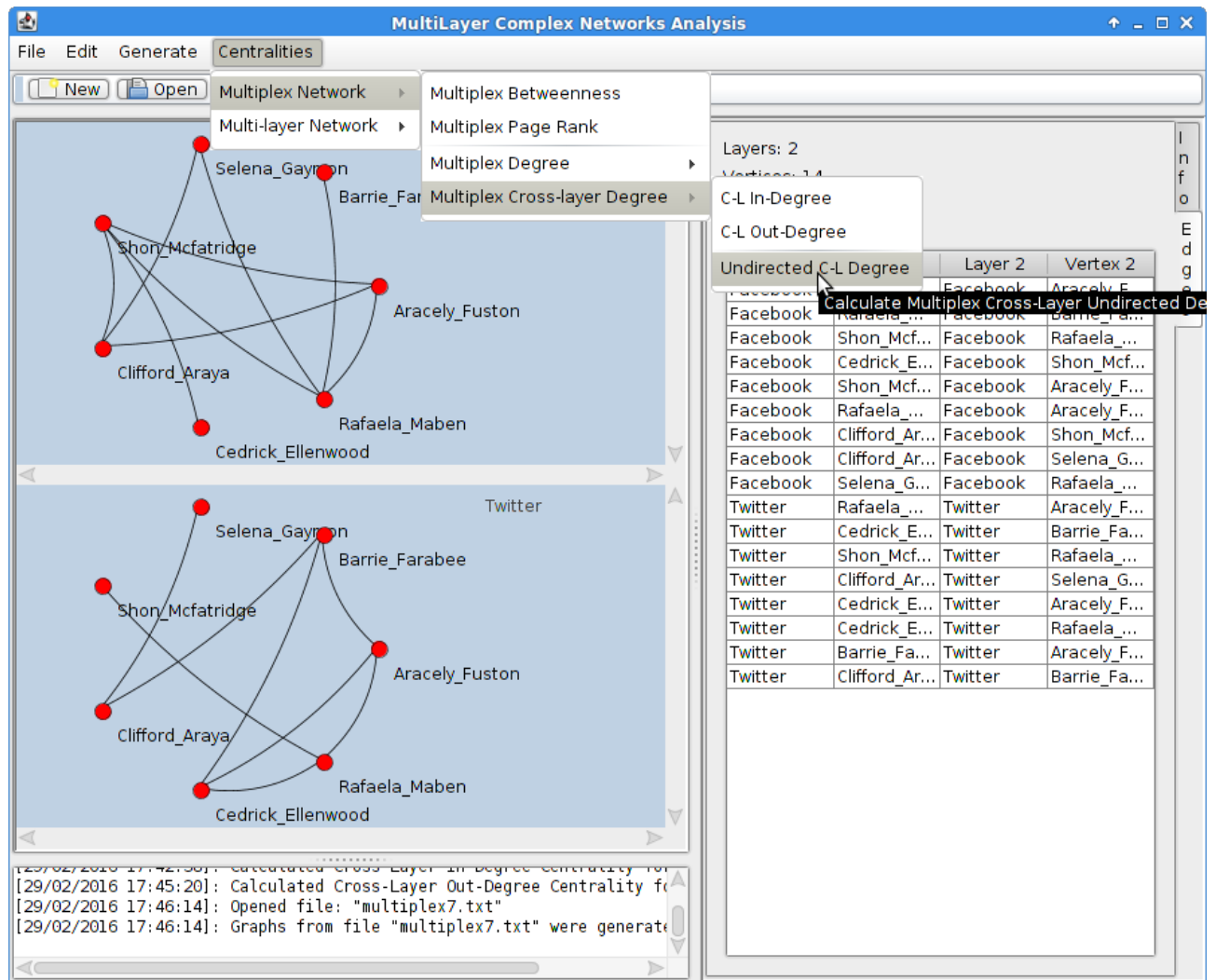
$$CLDC^{OUT}(x, \alpha) = \sum_{y \in MN(x, \alpha)} w(x, y, l)$$

και η κανονικοποιημένη εκδοχή:

$$CLDC^{OUT}(x, \alpha) = \frac{\sum_{y \in MN(x, \alpha)} w(x, y, l)}{(m-1)|L|}$$

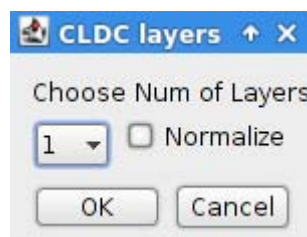
5.1.2.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου

Η εκτέλεση του αλγορίθμου για μη κατευθυνόμενα γραφήματα μέσω της εφαρμογής γίνεται μεταβαίνοντας στο μενού *Centralities* -> *Multiplex Network* -> *Multiplex Cross-Layer Degree* -> *Multiplex Cross-Layer Undirected Degree*.



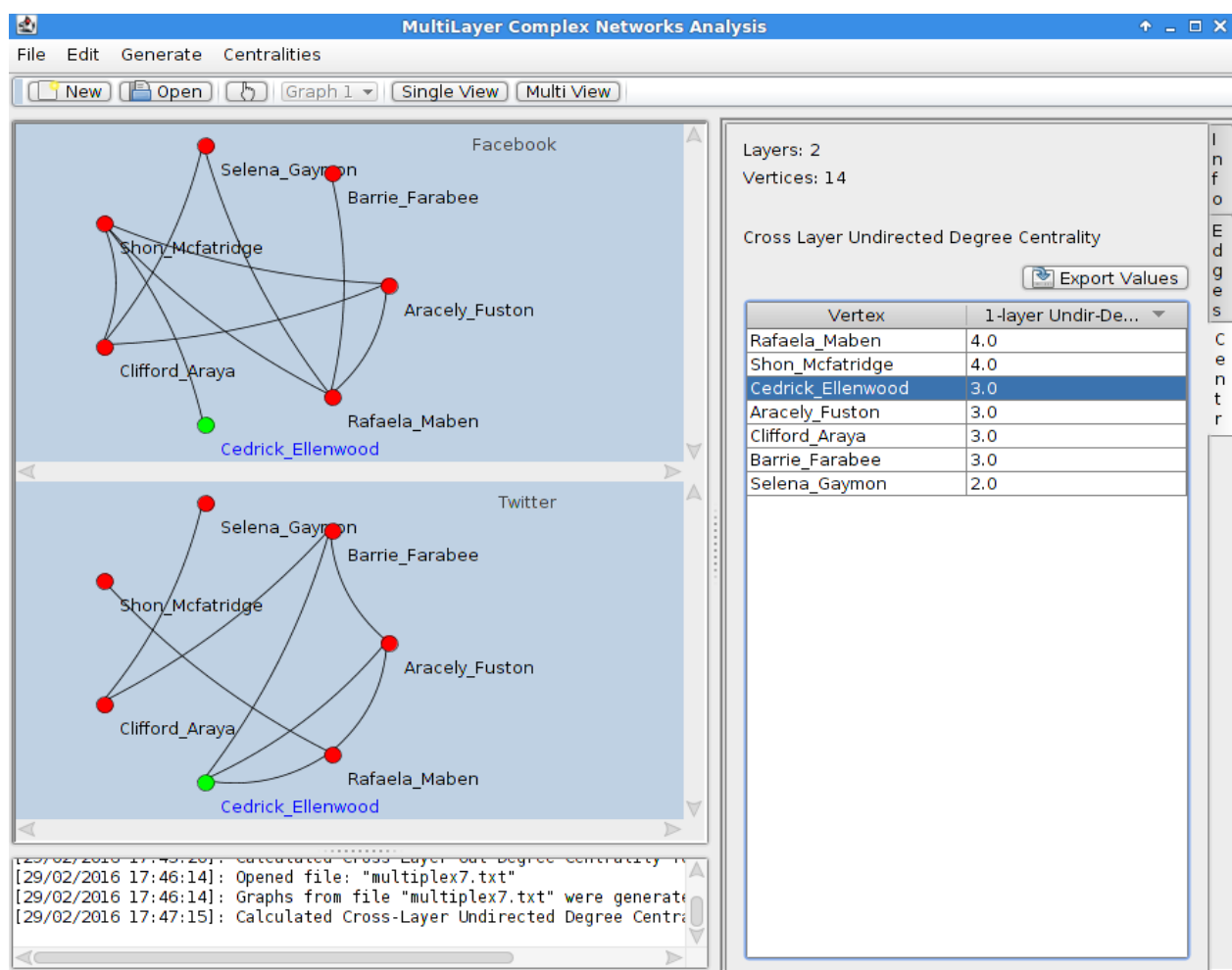
Εικόνα 23: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου CLDC για μη κατευθυνόμενο γράφημα

Στη συνέχεια θα εμφανιστεί το μενού ρύθμισης των παραμέτρων του αλγορίθμου. Πιο συγκεκριμένα είναι διαθέσιμη η επιλογή του αριθμού των επιπέδων για τα οποία θα γίνει ο υπολογισμός (παράμετρος α του τύπου) και η επιλογή κανονικοποίησης ή μη των αποτελεσμάτων.



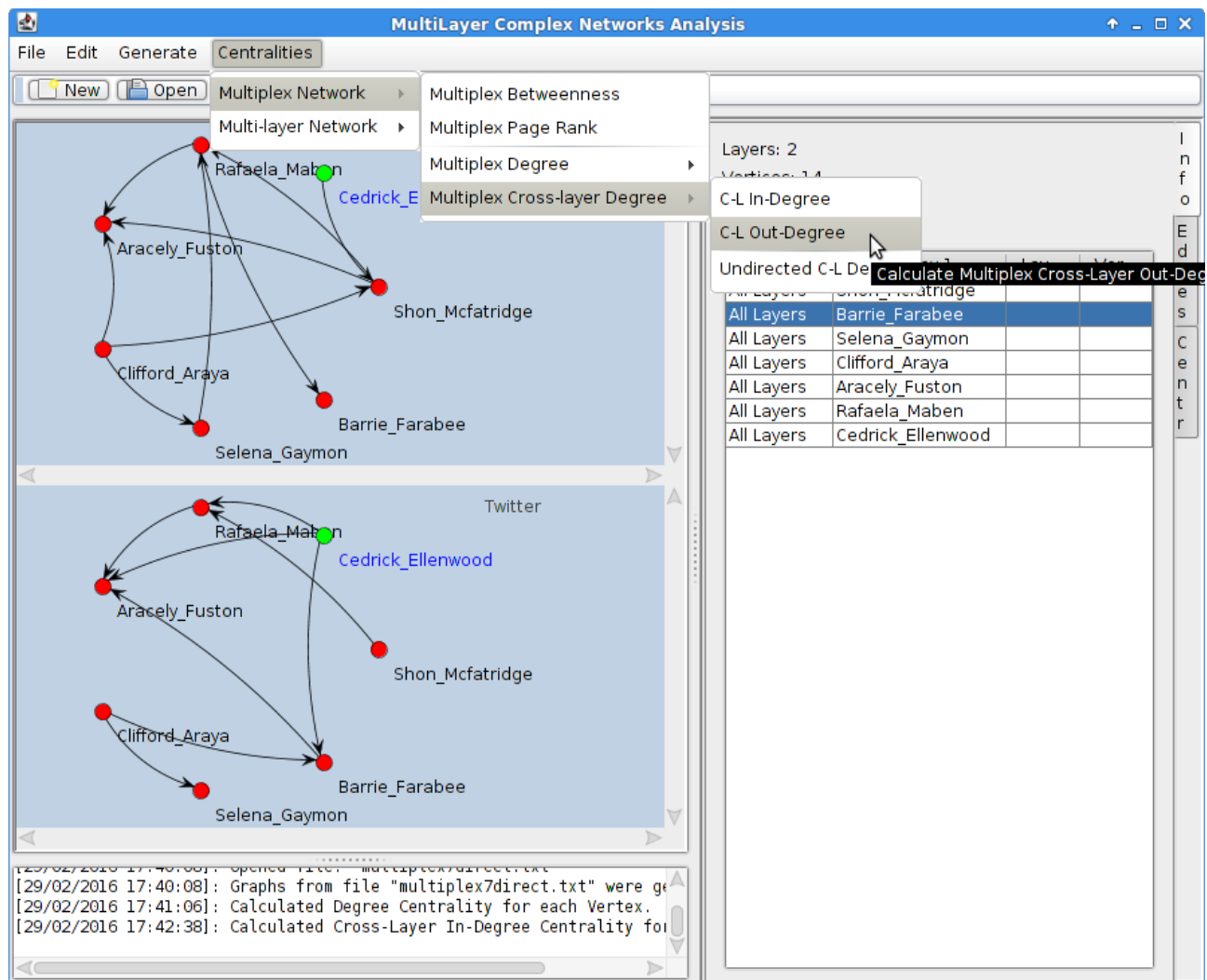
Εικόνα 24: Ρυθμίσεις των παραμέτρων του αλγορίθμου

Στο παράδειγμα που εκτελέστηκε επιλέχθηκε ο υπολογισμός του αλγορίθμου για ένα μόνο επίπεδο και η μη κανονικοποίηση των αποτελεσμάτων. Όπως φαίνεται και στην επόμενη εικόνα για τον κόμβο που έχει επιλεγεί στον δεξιό πίνακα η τιμή που προέκυψε είναι 3.0 καθώς ο μέγιστος αριθμός ακμών που συνδέονται με αυτόν σε το πολύ 1 επίπεδο είναι 3 (επίπεδο 2).



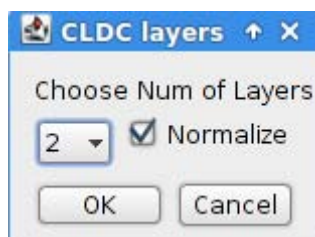
Εικόνα 25: Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου CLDC

Με σχεδόν πανομοιότυπο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός του CLDC για κατευθυνόμενα γραφήματα. Η διαφορά έγκειται στο ότι ο χρήστης επιλέγει εάν θέλει να υπολογιστεί η κεντρικότητα για τις εξερχόμενες ή εισερχόμενες ακμές.



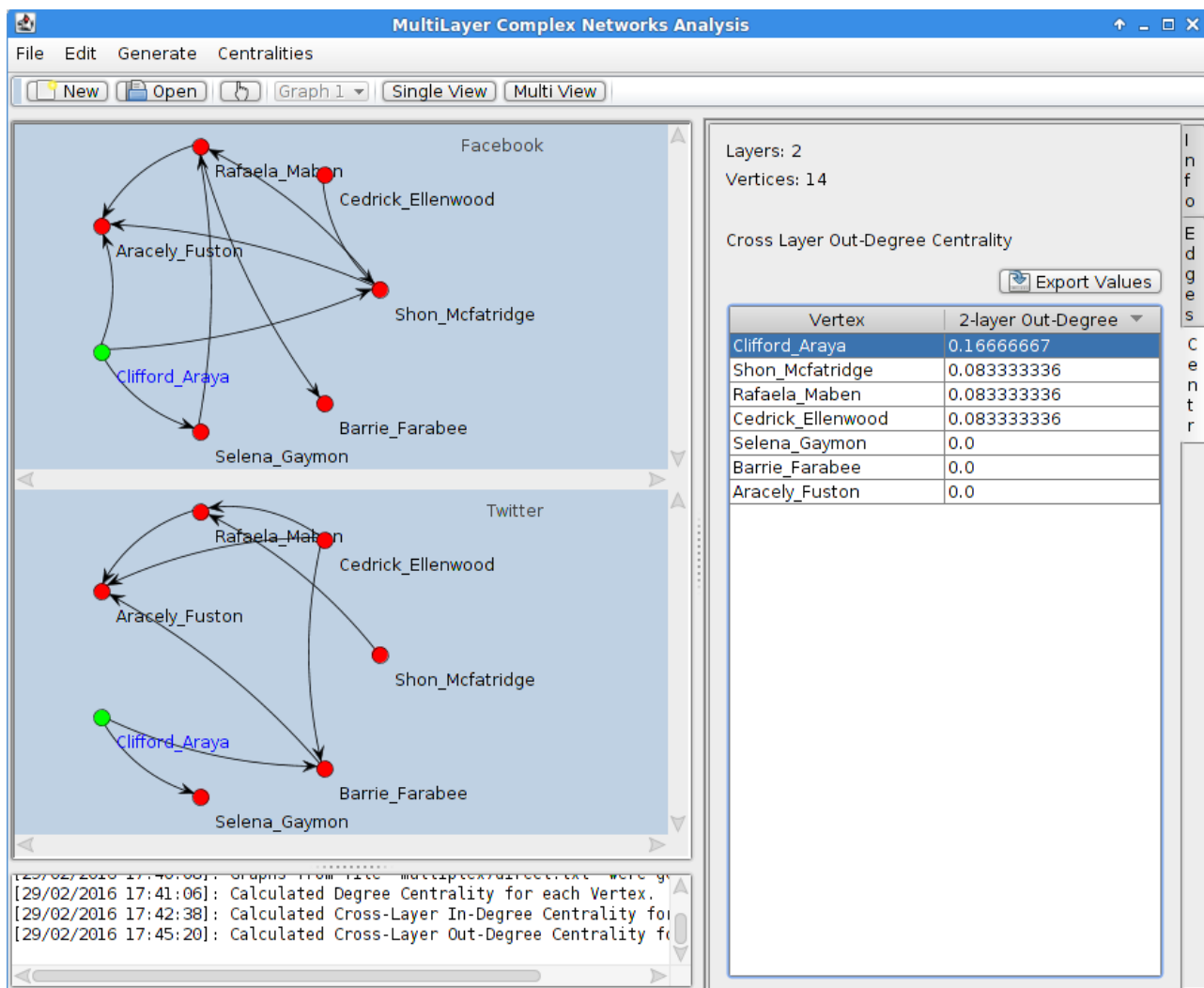
Εικόνα 26: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου CLDC για κατευθυνόμενο γράφημα

Στο παράδειγμα επιλέχθηκε η κεντρικότητα CLDC για τις εξερχόμενες ακμές με παράμετρο $\alpha = 2$ επίπεδα και κανονικοποίηση των αποτελεσμάτων.



Εικόνα 27: Ρύθμιση των παραμέτρων

Όπως βλέπουμε στην επόμενη εικόνα, ο κόμβος με τον μεγαλύτερο αριθμό εξερχόμενων ακμών παρουσιάζει την μέγιστη τιμή, ενώ κόμβοι που έχουν μόνο εισερχόμενες ακμές έχουν τιμή 0.



Εικόνα 28: Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου CLDC έξω-βαθμού

5.1.3 Ενδιάμεση κεντρικότητα – Betweenness Centrality

5.1.3.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου

Η ενδιάμεση κεντρικότητα ποσοτικοποιεί το πόσες φορές ένας κόμβος λειτουργεί ως ενδιάμεσος κατά μήκος του συντομότερου μονοπατιού μεταξύ δύο οποιονδήποτε άλλων κόμβων του γραφήματος. Επομένως οι κορυφές με τη μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης σε ένα τυχαίο συντομότερο μονοπάτι παρουσιάζουν την μεγαλύτερη ενδιάμεση κεντρικότητα.

Η διαδικασία που ακολουθείτε για τον υπολογισμό της ενδιάμεσης κεντρικότητας των multiplex δικτύων αποτελείται από δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο κατασκευάζεται μία λίστα των συντομότερων μονοπατιών χρησιμοποιώντας επεκτάσεις των αλγορίθμων εύρεσης μονοπατιών όπως αυτός της Αναζήτησης σε Πλάτος (Breadth First Search) ή ο αλγόριθμος εύρεσης συντομότερων μονοπατιών του Dijkstra. Στο δεύτερο στάδιο, διαπερνάται η λίστα και για κάθε κόμβο που περιλαμβάνεται σε κάποιο μονοπάτι υπολογίζεται η ενδιάμεση κεντρικότητα του.

Αναλυτικότερα στην διπλανή εικόνα φαίνεται ο αλγόριθμος υπολογισμού της ενδιάμεσης κεντρικότητας ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος.

Αρχικά για υπολογίζονται όλα τα συντομότερα μονοπάτια για έναν κόμβο-πηγή s και αποθηκεύονται στην λίστα P , ενώ ο πίνακας σ περιέχει τον αριθμό των μονοπατιών που διαπερνούν έναν κόμβο.

Η γενίκευση του αλγορίθμου BFS περιλαμβάνει υπολογισμό των γειτόνων ενός κόμβου σε όλα τα επίπεδα του δικτύου. Για την αποφυγή λάθος υπολογισμών σε διαφορετικά επίπεδα, στην μεταβλητή $vOrder$ κρατείται η

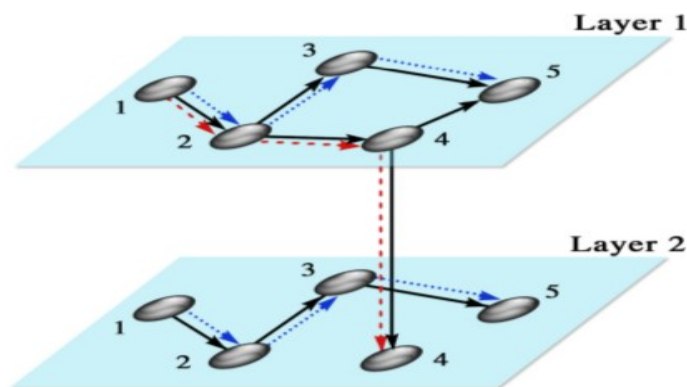
Algorithm 1: Shortest path betweenness for multiplex networks. N corresponds to the number of nodes per layer, and L to the number of layers in the multiplex.

Data: G

Result: C_B

```
1  $C_B[1..N] \leftarrow 0$ ;
2 for  $s \in 1 \dots N$  do
3    $S \leftarrow$  empty stack;
4    $P[1..NL] \leftarrow$  empty list;
5    $\sigma[1..NL] \leftarrow 0$ ,  $\sigma[w] \leftarrow 1$ ,  $s \equiv w \pmod N$ ;
6    $d[1..NL] \leftarrow -1$ ,  $d[w] \leftarrow 0$ ,  $s \equiv w \pmod N$ ;
7    $d_M[1..NL] \leftarrow -1$ ,  $d_M[w] \leftarrow 0$ ,  $s \equiv w \pmod N$ ;
8    $vOrder[1..N] \leftarrow$  empty list;
9    $Q \leftarrow$  empty queue;
10   $Q$  enqueue  $s$ ;
11  while  $Q$  not empty do
12     $v \leftarrow$  first( $Q$ );
13     $S$  push  $v$ ;
14    if  $v \neq s$  then
15       $W =$  neighbor of  $v$  in  $G$ 
16    else
17       $W = \bigcup_{\substack{v' \in \{1..NL\} \\ v' \equiv s \pmod N}} \text{neighbor of } v' \text{ in } G$ 
18    for  $w \in W$  do
19      if  $d[w] < 0$  then
20         $Q$  enqueue  $w$ ;
21         $d[w] = d[v] + 1$ ;
22        if  $d_M[w \pmod N] < 0 \vee d_M[w \pmod N] == d[w]$  then
23           $d_M[w \pmod N] = d[w]$ ;
24           $vOrder[w \pmod N]$  add  $w$ ;
25        if  $d[w] = d[v] + 1$  then
26           $\sigma[w] \leftarrow \sigma[w] + \sigma[v]$ ;
27           $P[w]$  add  $v$ 
28  for  $w \in \{1..N\}$  do
29     $\sigma_M[w] \leftarrow 0$ ;
30    for  $v \in vOrder[w]$  do
31       $\sigma_M[w] \leftarrow \sigma_M[w] + \sigma[v]$ 
32  while  $S$  not empty do
33     $w \leftarrow$  pop( $S$ );
34    for  $v \in P[w]$  do
35      if  $w \in vOrder[w \pmod N]$  then
36         $\delta[v] \leftarrow \delta[v] + \frac{\sigma[v]}{\sigma[w]} \left( \frac{\sigma[w]}{\sigma_M[w]} + \delta[w] \right)$ 
37      else
38         $\delta[v] \leftarrow \delta[v] + \frac{\sigma[v]}{\sigma[w]} \delta[w]$ 
39      if  $w \neq s$  then
40         $C_B[w \pmod M] \leftarrow C_B[w \pmod N] + \delta[w]$ 
```

πληροφορία για το επίπεδο στο οποίο συναντήθηκε για πρώτη φορά κατά τον υπολογισμό της BFS ένας κόμβος του γραφήματος και η απόσταση στο πολυεπίπεδο δίκτυο αποθηκεύεται στη μεταβλητή d_M σε αντίθεση με τη μεταβλητή d που περιέχει μόνο την απόσταση σε ένα μόνο επίπεδο.



Εικόνα 29: Συντομότερα μονοπάτια σε *multiplex* δίκτυο

Για την κατανόηση των ιδιοτήτων του αλγορίθμου θα δούμε δύο περιπτώσεις υπολογισμού των συντομότερων μονοπατιών με βάση το γράφημα της εικόνας 21.

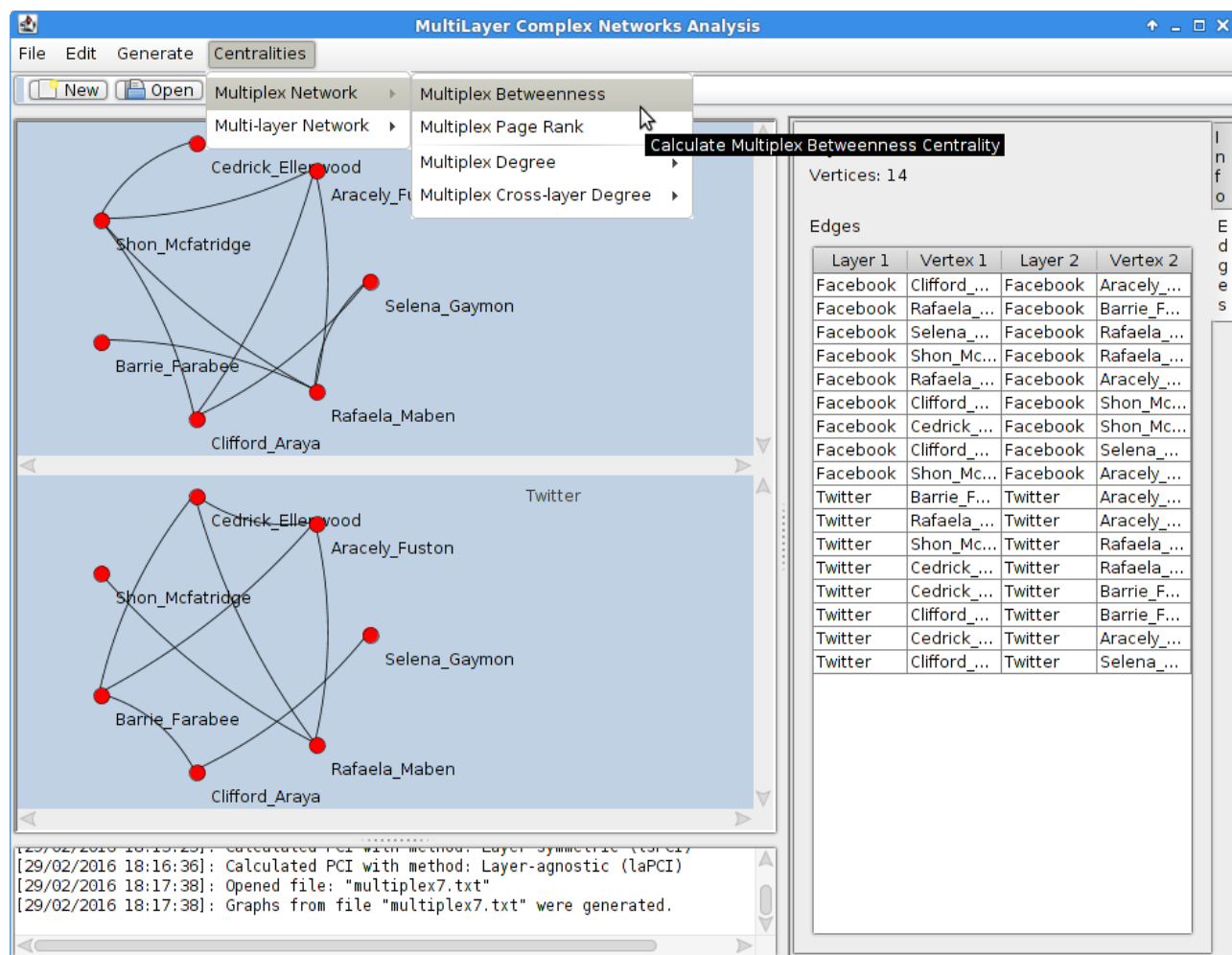
Έστω ότι προσπαθούμε να κατασκευάσουμε τα μονοπάτια από τον κόμβο 1 προς τον κόμβο 4. Στο πολυεπίπεδο δίκτυο αυτά θα είναι $\{1_{L1} \rightarrow 2_{L1} \rightarrow 3_{L1} \rightarrow 4_{L1}\}$ και $\{1_{L1} \rightarrow 2_{L1} \rightarrow 3_{L1} \rightarrow 4_{L1} \rightarrow 4_{L2}\}$. Σύμφωνα με τον αλγόριθμο, το ελάχιστο μονοπάτι θα είναι μόνο το πρώτο καθώς κατά την πρώτη διαπέραση του κόμβου 4 στο πρώτο επίπεδο, θα τοποθετηθεί στην λίστα *nOrder* και θα θεωρηθεί ήδη μελετημένος σε όλα τα επόμενα επίπεδα.

Μία δεύτερη ιδιαίτερη περίπτωση αφορά το μονοπάτι από τον κόμβο 1 προς τον 5. Υπάρχουν δύο συντομότερα μονοπάτια $\{1_{L1} \rightarrow 2_{L1} \rightarrow 3_{L1} \rightarrow 5_{L1}\}$, $\{1_{L2} \rightarrow 2_{L2} \rightarrow 3_{L2} \rightarrow 5_{L2}\}$. Το δεύτερο μονοπάτι, όπως και άλλα ίδια μονοπάτια που υπάρχουν σε επόμενα επίπεδα θα καταγραφεί στην μεταβλητή σ_M και η συμβολή του στην ενδιάμεση κεντρικότητα θα συμπεριληφθεί δίνοντας στους

κόμβους που το περιλαμβάνουν κάποιο βάρος μέσω της διαίρεσης $\frac{\sigma[w]}{\sigma_M[w]}$.

5.1.3.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου

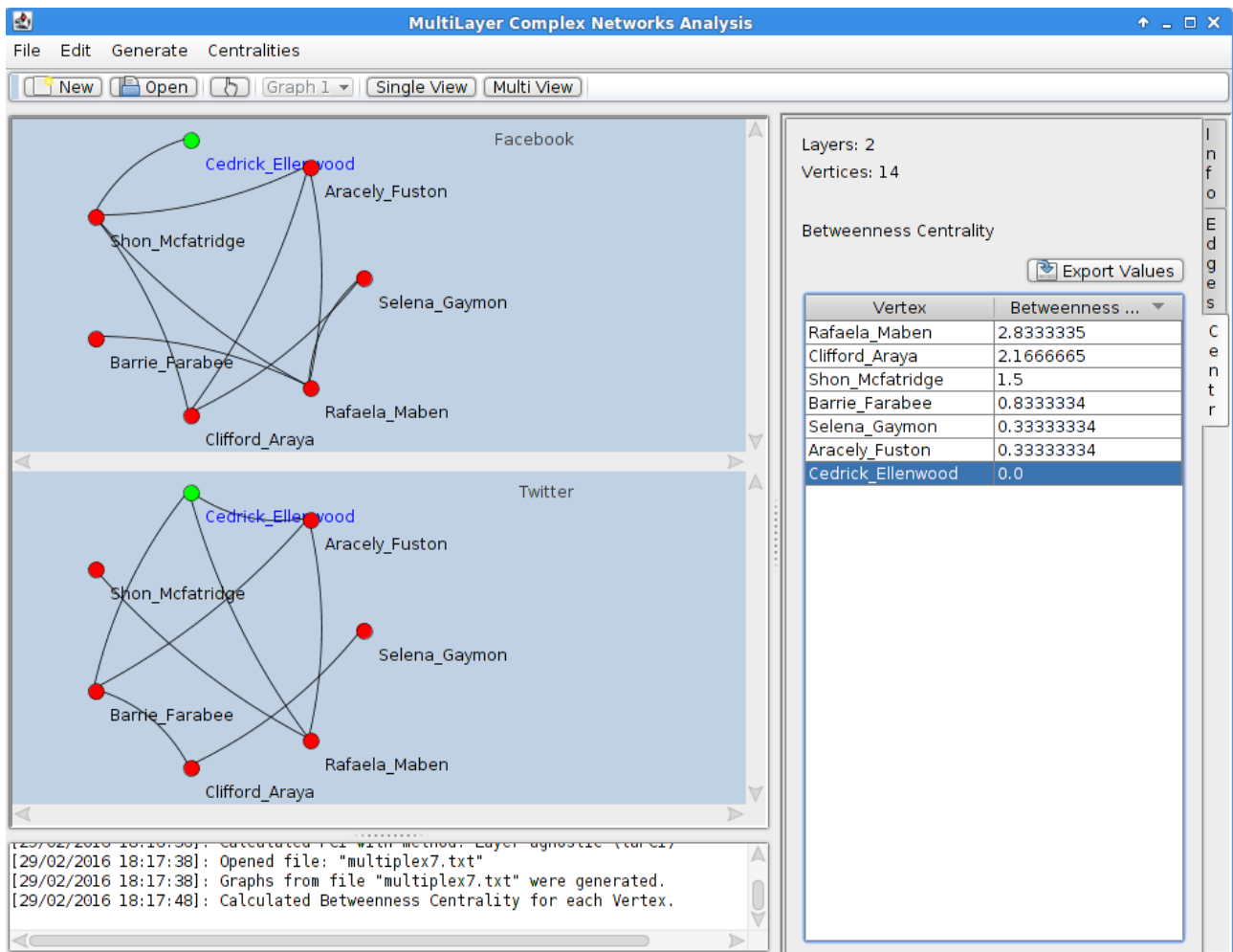
Η εκτέλεση του αλγορίθμου μέσω της εφαρμογής γίνεται μέσω του μενού *Centralities* -> *Multiplex Network* -> *Multiplex Betweenness*.



Εικόνα 30: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου ενδιάμεσης κεντρικότητας

Στην εικόνα που ακολουθεί φαίνονται τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του αλγορίθμου. Όπως φαίνεται και κοιτώντας το γράφημα, υπάρχουν κόμβοι οι οποίοι σε ένα επίπεδο αποτελούν κομβικό σημείο και είναι αναμενόμενο να εμφανίσουν αρκετά υψηλό δείκτη ενδιάμεσης κεντρικότητας σε μόνο-επίπεδο γράφημα, όταν γίνει ο υπολογισμός σε πολλαπλά επίπεδα εμφανίζουν αρκετά χαμηλό δείκτη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ο επιλεγμένος κόμβος. Ενώ στο δεύτερο επίπεδο αποτελεί κομβικό σημείο για πολλά μονοπάτια έχει μηδενική κεντρικότητα, λόγω του ότι στο προηγούμενο επίπεδο υπάρχουν μικρότερα μονοπάτια που ενώνουν τους κόμβους που τα μονοπάτια διασύνδεσης τους τον διαπερνούν.

Παραδείγματος χάριν, στο επίπεδο 2 υπάρχει το μονοπάτι *Barrie_Farabee* -> *Cedric_Elenwood* -> *Rafaela_Maben*, το οποίο το μονοπάτι μικρότερου μήκους που ενώνει τους 2 κόμβους στο 2ο επίπεδο. Η ύπαρξη όμως του μονοπατιού *Barrie_Farabee* -> *Rafaela_Maben* στο 1ο επίπεδο αφαιρεί από το μονοπάτι του 2ου επιπέδου την οποιαδήποτε επίδραση του κόμβου *Cedric_Elenwood*.



Εικόνα 31: Τα αποτελέσματα του τρεξίματος του αλγορίθμου ενδιάμεσης κεντρικότητας

5.1.4 Κεντρικότητα PageRank

5.1.4.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου

Η κεντρικότητα PageRank, η οποία αρχικά εισήχθη ως ένας τρόπος υπολογισμού της σημαντικότητας μιας ιστοσελίδας, ορίζεται για έναν κόμβο i ενός δικτύου αποτελούμενου από N κόμβους ως:

$$x_i = \alpha_A \sum_j A_{ij} \frac{x_j}{g_j} + (1 - \alpha_A) \frac{1}{N}$$

όπου A_{ij} , τα στοιχεία του πίνακα γειτνίασης που ισούνται με 1 εάν υπάρχει κατευθυνόμενη ακμή $j \rightarrow i$, ειδάλλως 0, $g_j = \max(1, k_j^{out}) = \max(1, \sum_r A_{rj})$, $\alpha_A > 0$ ένας συντελεστής τυχαίου άλματος, ο οποίος θα επεξηγηθεί στην συνέχεια.

Η κεντρικότητα PageRank μπορεί να ερμηνευθεί ως η στάσιμη κατανομή ενός τυχαίου περιπάτου με τυχαία άλματα. Ένας τυχαίος περιπατητής που βρίσκεται στον κόμβο j , μεταβαίνει σε έναν από τους k_j^{out} γείτονές του με πιθανότητα α_A και σε οποιοδήποτε άλλο κόμβο τυχαία με πιθανότητα $1 - \alpha_A$.

Η κεντρικότητα PageRank ενός κόμβου αυξάνεται, όσο αυξάνονται οι κόμβοι που δείχνουν στον συγκεκριμένο κόμβο. Συνεπώς είναι άμεσα εξαρτώμενη από τον έσω-βαθμό ενός κόμβου, το άθροισμα δηλαδή των βαρών των κόμβων που δείχνουν σε αυτόν και πολλές φορές μπορεί να προσεγγιστεί από την κεντρικότητα έσω-βαθμού (in-degree centrality).

Όπως προαναφέρθηκε, η κεντρικότητα PageRank προτάθηκε αρχικά ως ένα μέτρο κατάταξης των ιστοσελίδων σε απάντηση υποβαλλόμενων ερωτημάτων στη μηχανή αναζήτησης της Google και γι' αυτό το λόγο απευθύνεται σε κατευθυνόμενα γραφήματα. Η επέκταση του σε μη-κατευθυνόμενα γραφήματα είναι πολύ απλή αλλάζοντας τον παράγοντα g_j του αλγορίθμου σε $g_j = \max(1, k_j) = \max(1, \sum_r A_{rj})$, όπου k_j ο βαθμός του κόμβου j .

Η επέκταση του αλγορίθμου ώστε να περιλαμβάνει και τα πολυεπίπεδα γραφήματα έγινε προσθέτοντας έναν παράγοντα επηρεασμού του PageRank ενός επιπέδου από το PageRank των προηγούμενων επιπέδων. Για χάριν απλούστευσης παρουσιάζεται αρχικά ο τρόπος υπολογισμού του PageRank για ένα δίκτυο δύο επιπέδων και η γενικευμένη μορφή θα δοθεί στη συνέχεια.

Ο υπολογισμός του PageRank x_i του πρώτου επιπέδου γίνεται με τον ορισμό που δόθηκε παραπάνω και στη συνέχεια χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του PageRank X_i του δεύτερου επιπέδου σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$X_i = \alpha_B \sum_j x_i^\beta B_{ij} \frac{X_j}{G_j} + (1 - \alpha_B) \frac{x_i^\gamma}{N \langle x^\gamma \rangle},$$

όπου B_{ij} , τα στοιχεία του πίνακα γειτνίασης του δεύτερου επιπέδου,

$$G_j = \sum_r B_{rj} x_r^\beta + \delta(0, \sum_r B_{rj} x_r^\beta), \text{ με } \delta(a, b) = \begin{cases} 1, & a=b \\ 0, & a \neq b \end{cases}, \langle x \rangle, \text{ ο μέσος όρος των PageRank των}$$

κόμβων του επιπέδου και $\alpha_B > 0, \beta \geq 0, \gamma \geq 0$.

Επεκτείνοντας την έννοια του τυχαίου περιπατητή στο δεύτερο επίπεδο μπορεί να θεωρηθεί ότι μεταβαίνει σε ένα γειτονικό κόμβο j με πιθανότητα α_B , η οποία είναι ανάλογη του x_i^β και με πιθανότητα $1 - \alpha_B$ σε οποιονδήποτε άλλο κόμβο ανάλογα του x_i^γ .

Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να θεωρήσουμε τέσσερις οριακές περιπτώσεις του PageRank ενός multiplex δικτύου.

- Προσθετικός PageRank ($\beta = 0, \gamma = 1$)

$$X_i = \alpha_B \sum_j B_{ij} \frac{X_j}{G_j} + (1 - \alpha_B) \frac{x_i}{N \langle x \rangle} \text{ με } G_j = \max(1, \sum_r B_{rj})$$

Σε αυτή την περίπτωση η συμβολή του PageRank του 1ου επιπέδου προστίθεται στον PageRank του 2ου επιπέδου. Με αυτό τον τρόπο ένας κόμβος που συγκεντρώνει αρκετά μεγάλο αριθμό έσω-συνδέσμων στο 1ο επίπεδο θα έχει υψηλή κατάταξη και στο 2ο επίπεδο. Απλούστερα θεωρώντας έναν τυχαίο περιπατητή που έχει αρκετά υψηλή πιθανότητα προτίμησης του μη γειτονικού κόμβου j στο 1ο επίπεδο, στην περίπτωση του προσθετικού PageRank θα έχει επίσης αρκετά υψηλή πιθανότητα προτίμησης του και στο 2ο.

- Πολλαπλασιαστικός PageRank ($\beta = 1, \gamma = 0$)

$$X_i = \alpha_B \sum_j x_i B_{ij} \frac{X_j}{G_j} + (1 - \alpha_B) \frac{1}{N}, \text{ με } G_j = \sum_r B_{rj} x_r + \delta(0, \sum_r B_{rj} x_r)$$

Σε αυτή τη περίπτωση η μετάβαση του τυχαίου περιπατητή θα έχει πιο πολύ βάρος στην περίπτωση που επιλέγει έναν γειτονικό του κόμβο. Εάν ένας γειτονικός κόμβος συγκεντρώνει αρκετά υψηλό PageRank στο 1ο επίπεδο τότε είναι πιθανότερο να επιλεγεί για μετάβαση στο 2ο.

- Συνδυαστικός PageRank ($\beta = \gamma = 1$)

$$X_i = \alpha_B \sum_j x_j B_{ij} \frac{X_j}{G_j} + (1 - \alpha_B) \frac{x_i}{N < X >}, \text{ με } G_j = \sum_r B_{rj} x_r + \delta(0, \sum_r B_{rj} x_r)$$

Στον συνδυαστικό PageRank ο τυχαίος περιπατητής θα δώσει βαρύτητα σε κόμβους που εμφανίζουν υψηλό PageRank στο επίπεδο 1, τόσο όσον αφορά το άλμα σε γειτονικούς κόμβους του 2ου επιπέδου, όσο και στο άλμα σε τυχαίο κόμβο.

- Ουδέτερος PageRank ($\beta = \gamma = 0$)

$$X_i = \alpha_B \sum_j B_{ij} \frac{X_j}{G_j} + (1 - \alpha_B) \frac{1}{N}, \text{ με } G_j = \max(1, \sum_r B_{rj})$$

Στον ουδέτερο PageRank δεν υπάρχει συμβολή του προηγούμενου επιπέδου στον υπολογισμό του PageRank του τρέχοντος επιπέδου, αναγόμεστε δηλαδή στην περίπτωση του κλασικού PageRank που αφορά δίκτυα ενός επιπέδου.

Έχοντας αναλύσει την κεντρικότητα PageRank για την περίπτωση του δικτύου 2 επιπέδων, η επέκταση του ώστε να συμπεριλαμβάνει απεριόριστο αριθμό επιπέδων είναι αρκετά απλή. Έστω multiplex δίκτυο M επιπέδων, όπου κάθε επίπεδο $l = 1, 2, \dots, M$ έχει πίνακα γειτνίασης $A_{ij}^{(l)}$, τότε ο PageRank $X_{ij}^{(l)}$ του δικτύου ορίζεται αναδρομικά ως εξής. Στο πρώτο επίπεδο $l = 1$ υπολογίζουμε τον PageRank ενός μόνο-επίπεδου γραφήματος:

$$X_i^{(l)} = \alpha^{(l)} \sum_j A_{ij}^{(l)} \frac{X_j^{(l)}}{G_j^{(l)}} + (1 - \alpha^{(l)}) \frac{1}{N}, \text{ με } G_j^{(l)} = \max(1, \sum_r A_{rj}^{(l)})$$

και στην συνέχεια προσθέτουμε την πληροφορία για τα επόμενα επίπεδα αναδρομικά ως εξής:

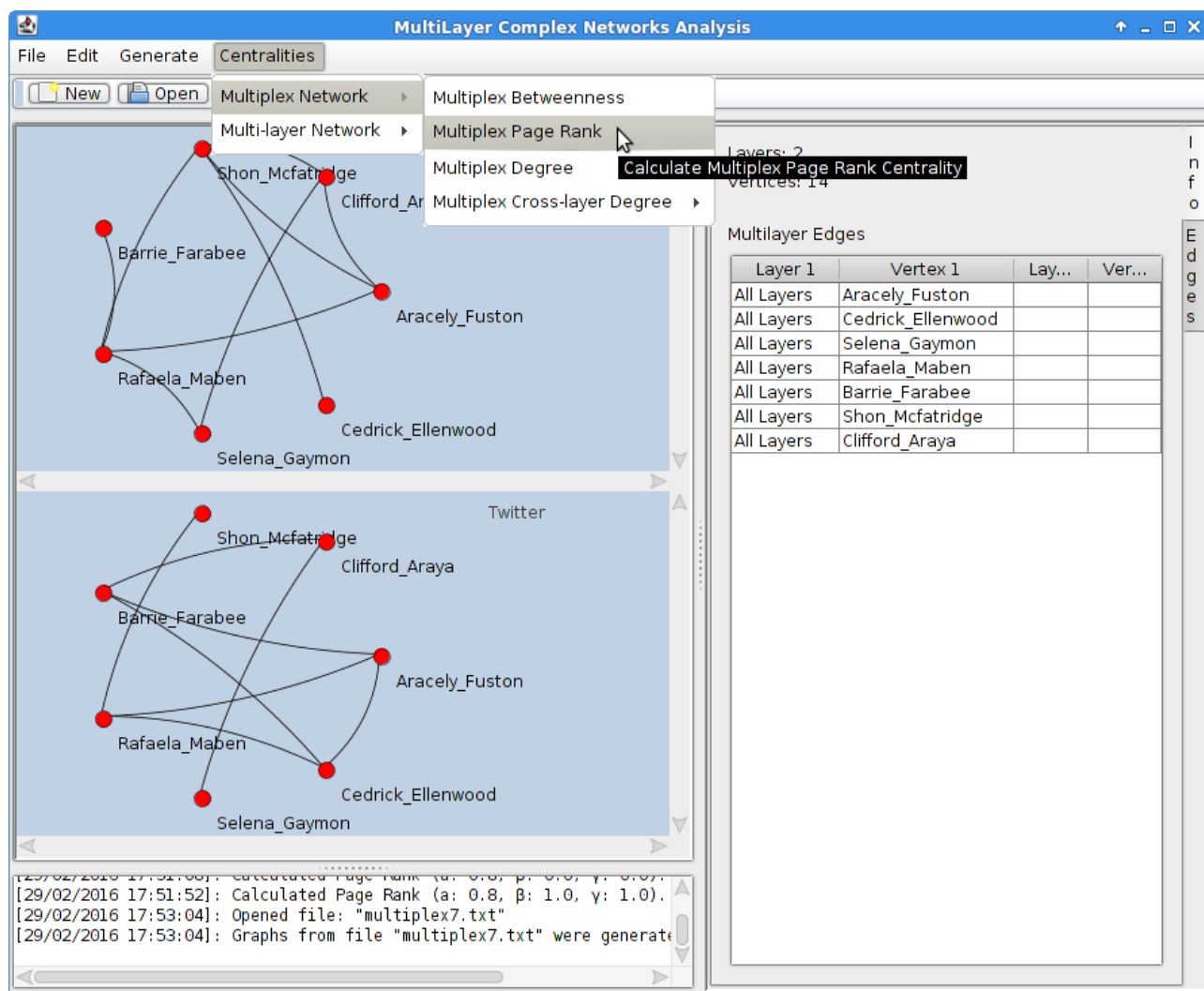
$$X_i^{(l)} = \alpha^{(l)} \sum_j (X_i^{(l-1)})^\beta A_{ij}^{(l)} \frac{X_j^{(l)}}{G_j^{(l)}} + (1 - \alpha^{(l)}) \frac{(X_i^{(l-1)})^\gamma}{N < (X^{(l)})^\gamma >}, \text{ με } G_j^{(l)} = \sum_r A_{rj}^{(l)} (X_r^{(l-1)})^\beta + \delta(0, \sum_r A_{rj}^{(l)} (X_r^{(l-1)})^\beta)$$

με $\alpha^{(l)} > 0, \beta \geq 0, \gamma \geq 0$.

Στην υλοποίηση του αλγορίθμου που πραγματοποιήθηκε οι παράγοντες β, γ δεν εξαρτώνται από κανένα άλλο παράγοντα του υπολογισμού, αλλά στην γενική περίπτωση μπορούν να επιλεχθούν β και γ τα οποία να εξαρτώνται από το επίπεδο l ή από κάποιον άλλο παράγοντα.

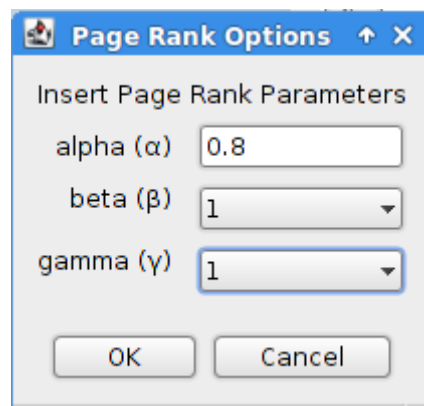
5.1.4.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου

Η εκτέλεση του αλγορίθμου για οποιοδήποτε είδος multiplex γραφήματος γίνεται μέσω του μενού *Centralities* -> *Multiplex Network* -> *Multiplex Page Rank*.



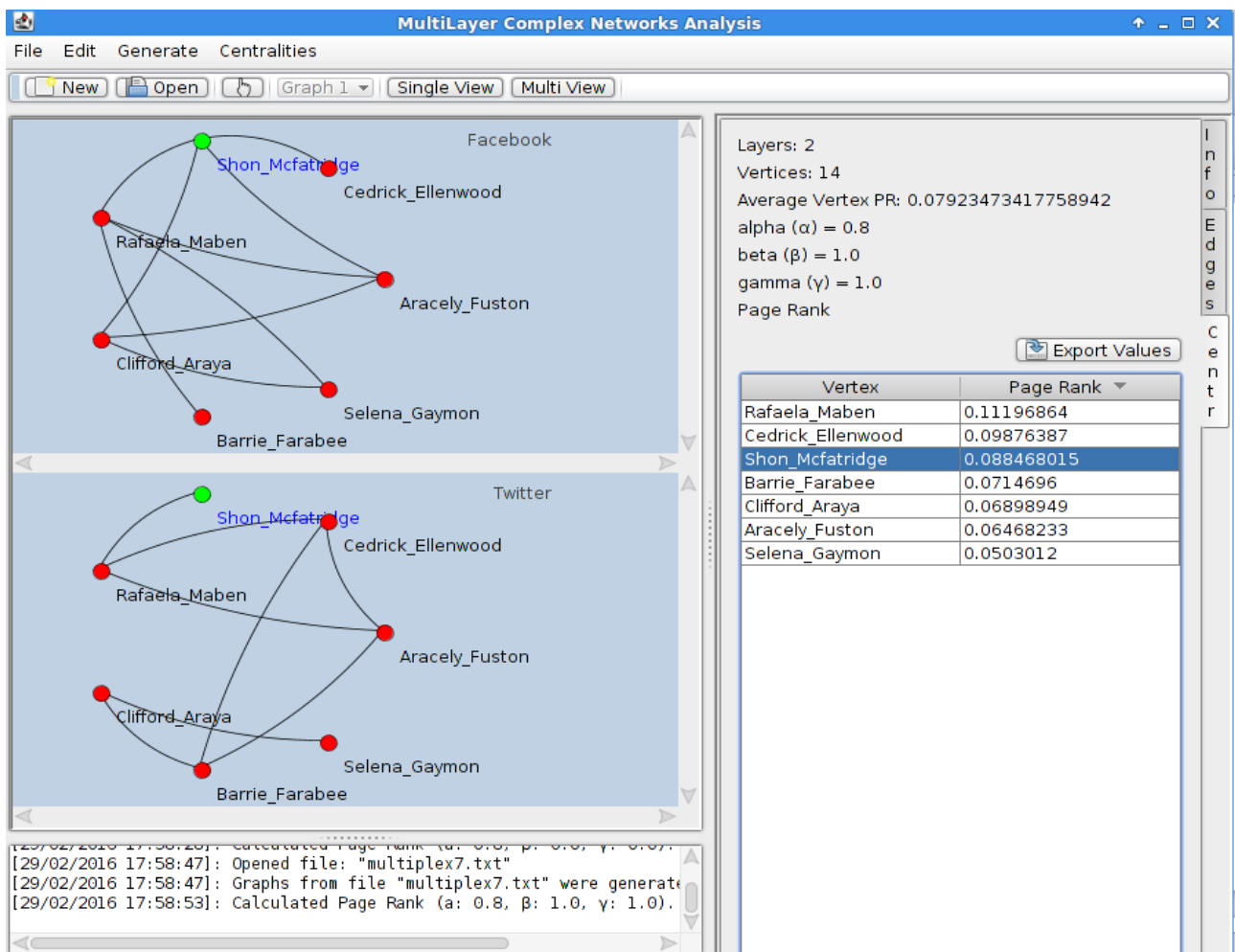
Εικόνα 32: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου PageRank

Αφού επιλεγεί η εκτέλεση του αλγορίθμου, θα εμφανιστεί στην οθόνη ένα αναδυόμενο παράθυρο μέσω του οποίου ο χρήστης θέτει τις παραμέτρους του υπολογισμού (α , β , γ), η παράμετρος α πρέπει να έχει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ 0 και 1 θέσει ο χρήστης, ενώ για τις 2 επόμενες παραμέτρους οι 2 διαθέσιμες επιλογές είναι 0 και 1 και καθεμία οδηγεί στον υπολογισμό ενός από τους 4 προαναφερθέντες τύπους του Multilayer PageRank.



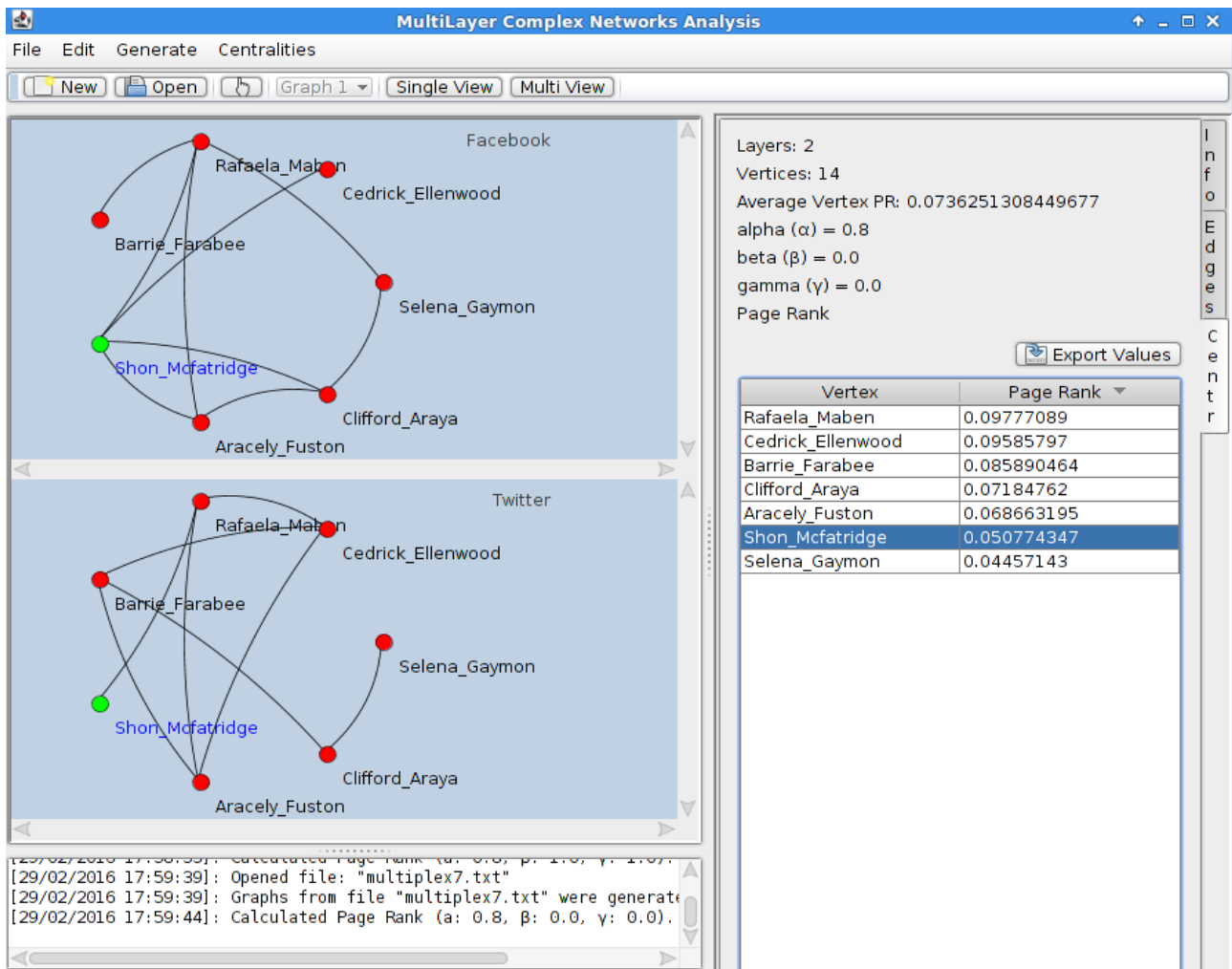
Εικόνα 33: Ρύθμιση των παραμέτρων του PageRank

Στο παράδειγμα που εκτελέστηκε επιλέχθηκαν παράμετροι $\alpha=0.8$, $\beta=1$, $\gamma=1$ και συνεπώς οδηγηθήκαμε στον υπολογισμό του Συνδυαστικού PageRank. Η επιρροή του 1ου επιπέδου στο 2ο γίνεται αισθητή στον κόμβο που είναι επιλεγμένος καθώς αν και δεν αποτελεί κεντρικό σημείο του 2ου επιπέδου, έχει αρκετά υψηλή κατάταξη αφού στο 1ο επίπεδο είναι ένας από τους πιο διασυνδεδεμένους κόμβους.



Εικόνα 34: Αποτελέσματα του PageRank για $\alpha=0.8$, $\beta=1$, $\gamma=1$

Αφαιρώντας την επιρροή του 1ου επιπέδου, θέτοντας $\beta=\gamma=0$, βλέπουμε ότι ο επιλεγμένος κόμβος πέφτει στην κατάταξη.



Εικόνα 35: Τα αποτελέσματα του PageRank για $\alpha=0.8$, $\beta=0$, $\gamma=0$

5.2 Κεντρικότητες για multilayer γραφήματα

5.2.1 Κεντρικότητα Βαθμού – Degree Centrality

5.2.1.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου

Η κεντρικότητα βαθμού των multilayer δικτύων αποτελεί επέκταση της κεντρικότητας βαθμού του ενός επιπέδου, ώστε να συμπεριλαμβάνονται ακμές προς οποιοδήποτε επίπεδο του δικτύου.

Αν θεωρήσουμε ως $E_{ij} = w(x, l_x, y, l_y)$, την ακμή βάρους w , που συνδέει τον κόμβο x του επιπέδου i με τον κόμβο y του επιπέδου j με $i \neq j$, τότε η κεντρικότητα βαθμού ενός μη κατευθυνόμενου δικτύου υπολογίζεται ως:

$$\deg(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w(x, i, y, j) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w(y, j, x, i)$$

ενώ για κατευθυνόμενα δίκτυα θα έχουμε κεντρικότητα έσω-βαθμού:

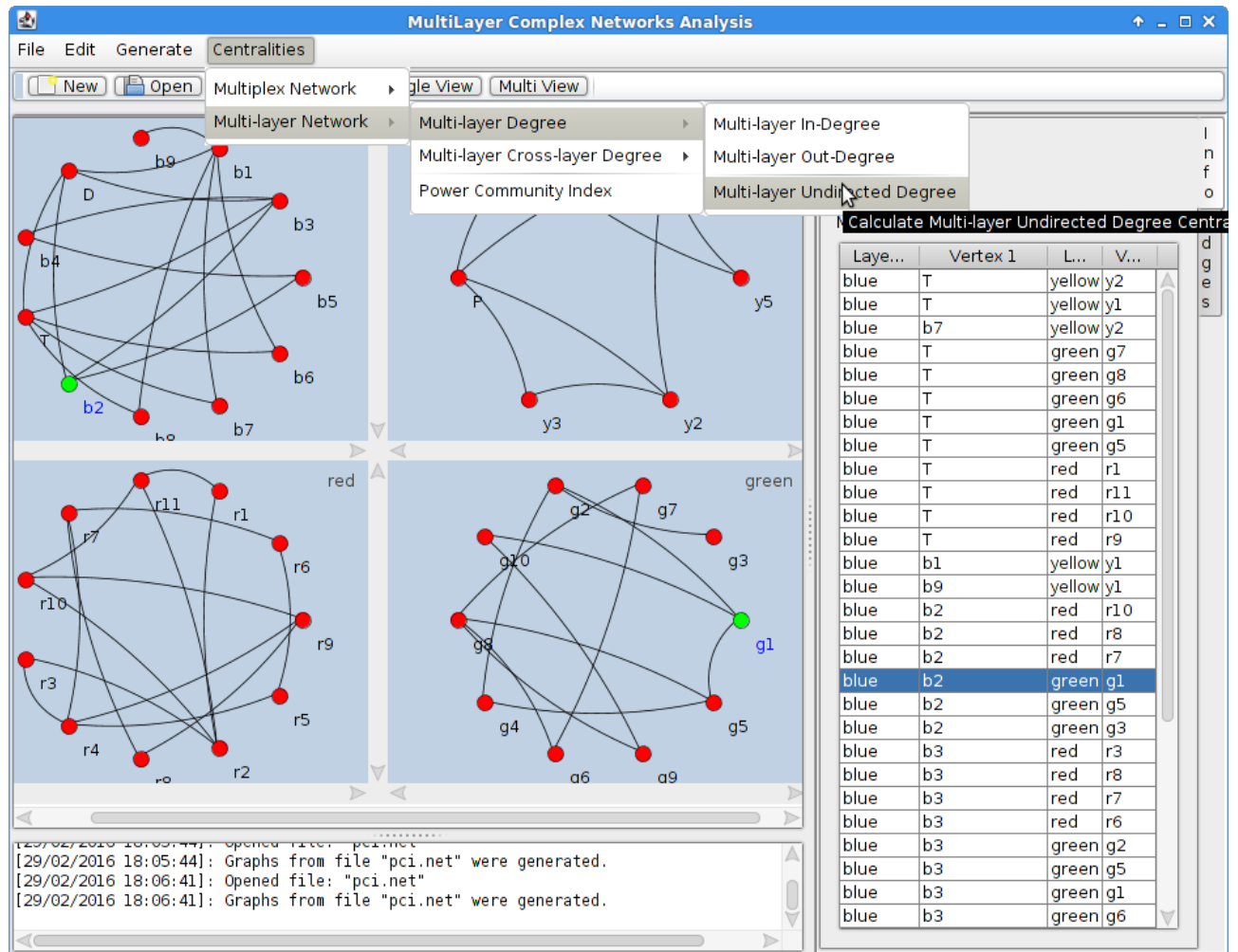
$$\deg^{IN}(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w(y, j, x, i)$$

και κεντρικότητα έξω-βαθμού:

$$\deg^{OUT}(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w(x, i, y, j)$$

5.2.1.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου

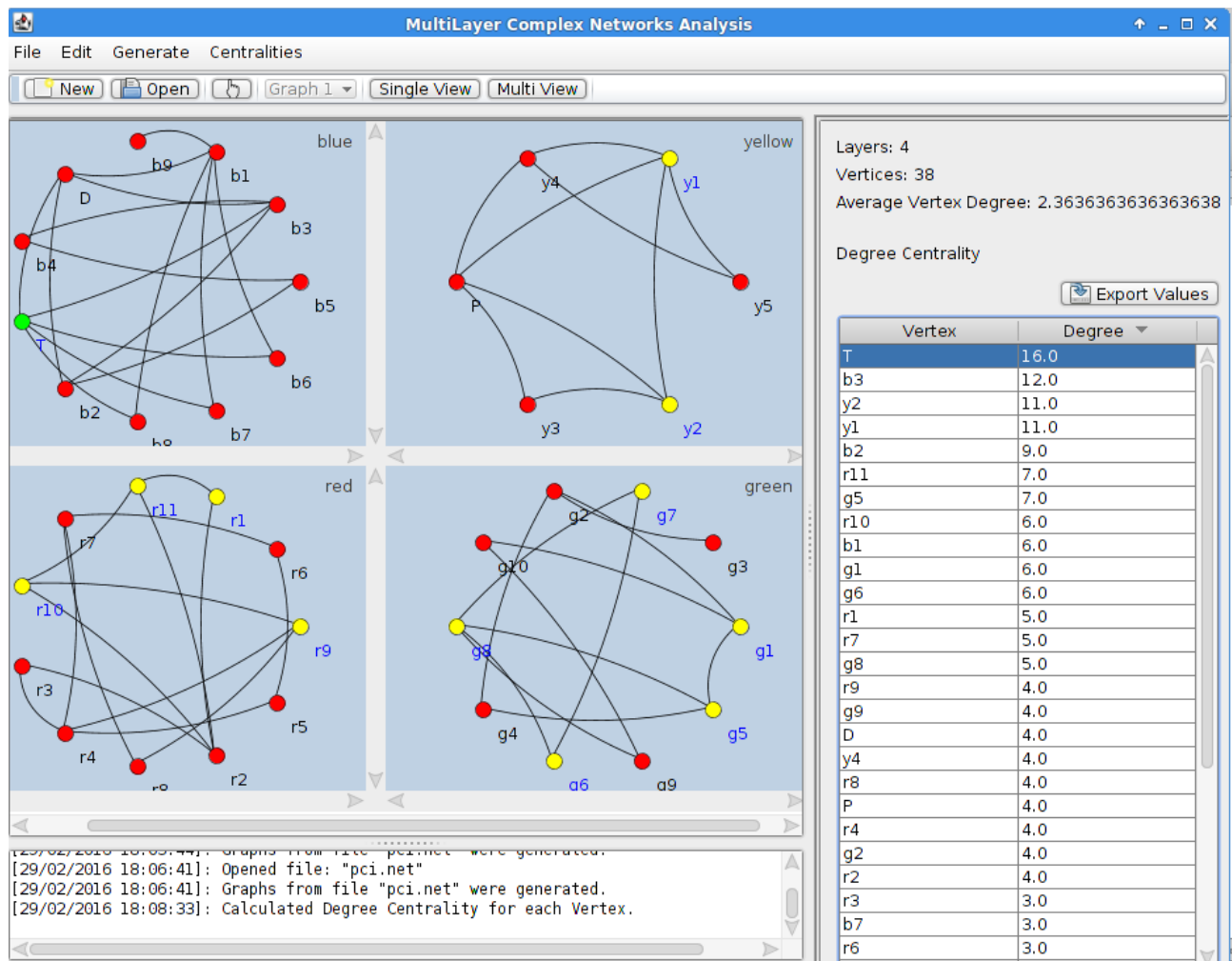
Η εκτέλεση του αλγορίθμου για μη κατευθυνόμενα γραφήματα γίνεται μέσω του μενού *Centralities -> Multi-layer Network -> Multi-layer Degree -> Multi-layer Undirected Degree*.



Εικόνα 36: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου κεντρικότητας βαθμού για multilayer δίκτυο

Τα αποτελέσματα θα εμφανιστούν στον δεξιό πίνακα με τη γνωστή μορφή “Κόμβος – Τιμή”, υποστηρίζονται οι ίδιες λειτουργίες με τους προηγούμενους αλγορίθμους, ταξινόμηση αποτελεσμάτων, αποθήκευση σε μορφή csv, εμφάνιση της μέσης τιμής.

Στην επόμενη εικόνα βλέπουμε επιλεγμένο έναν κόμβο (*T*) με τιμή κεντρικότητας βαθμού ίση με 16. Στο γράφημα ο κόμβος είναι μαρκαρισμένος με πράσινο χρώμα, ενώ οι γείτονές του που βρίσκονται σε άλλο επίπεδο είναι μαρκαρισμένοι με κίτρινο, ώστε να είναι προφανής η διασύνδεση τους. Η τιμή του κόμβου “*T*” προέκυψε αθροίζοντας την κεντρικότητα βαθμού του σε κάθε επίπεδο (*blue*: 5, *yellow* 2, *red* 4, *green* 5).



Εικόνα 37: Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου κεντρικότητας βαθμού

5.2.2 Cross-Layered Degree Centrality

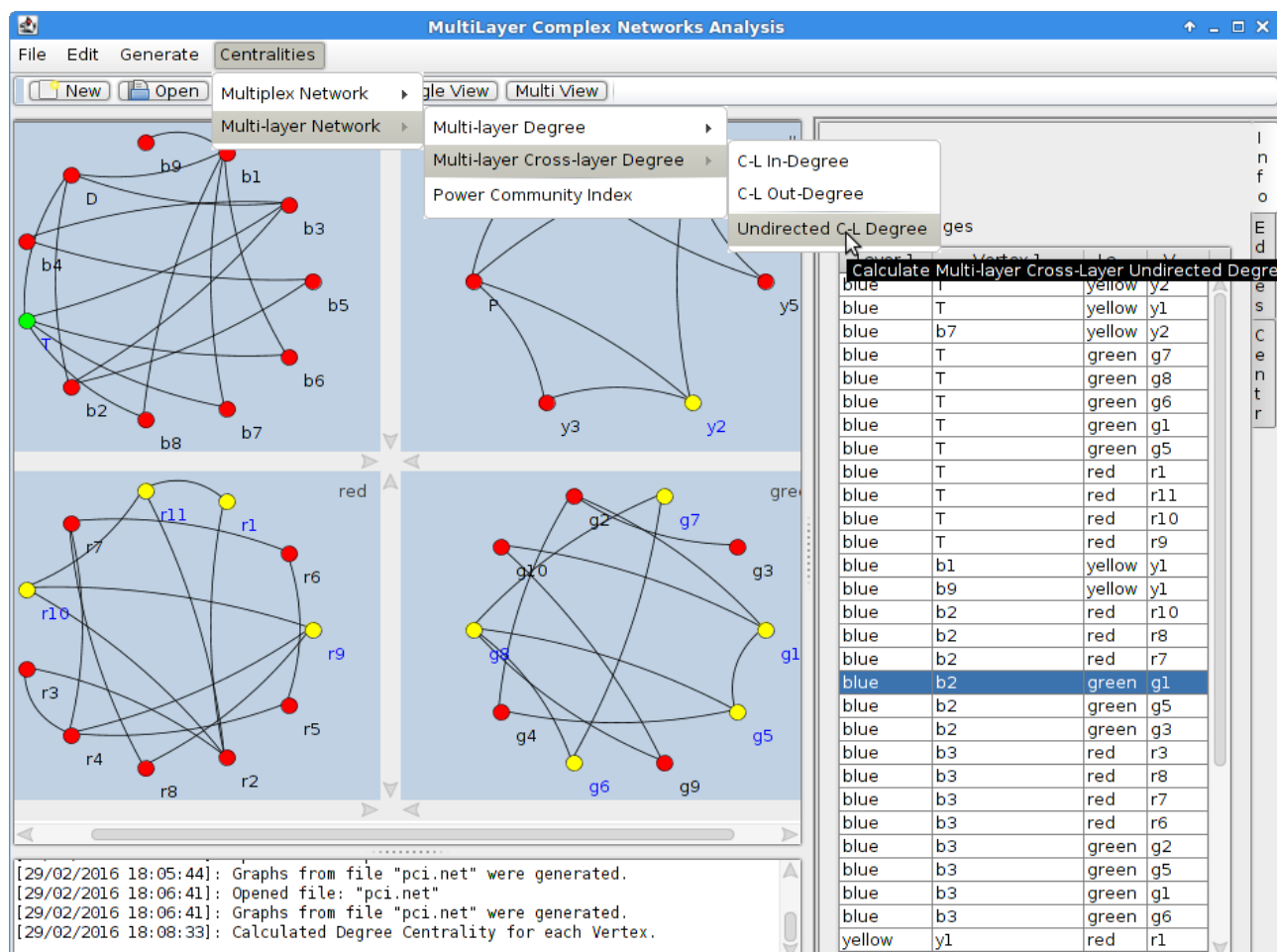
5.2.2.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου

Ο υπολογισμός της κεντρικότητας CDLC των multilayer δικτύων είναι όμοιος με αυτόν για τα multiplex δίκτυα με την μόνη διαφορά ότι ως πολυεπίπεδη γειτονιά ενός κόμβου $MN(x, \alpha)$ ορίζουμε το σύνολο των ακμών που συνδέουν έναν κόμβο x του επιπέδου l_1 με κόμβους άλλων επιπέδων.

Για παράδειγμα η γειτονιά $MN(x, 3)$, αποτελεί το σύνολο των κόμβων το πολύ τριών διαφορετικών επιπέδων του δικτύου που έχουν ακμή προς τον κόμβο x .

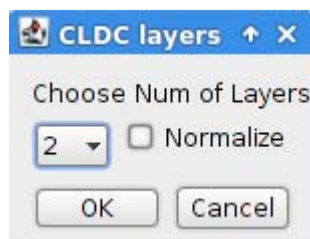
5.2.2.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου

Ο χρήστης ακολουθεί το μενού *Centralities -> Multi-layer Network -> Multilayer Cross-Layer Degree* και επιλέγει τον υπολογισμό που επιθυμεί αναλόγως του τύπου του γραφήματος (στο παράδειγμα της εικόνας μη-κατευθυνόμενο).



Εικόνα 38: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου CLDC για multilayer δίκτυο

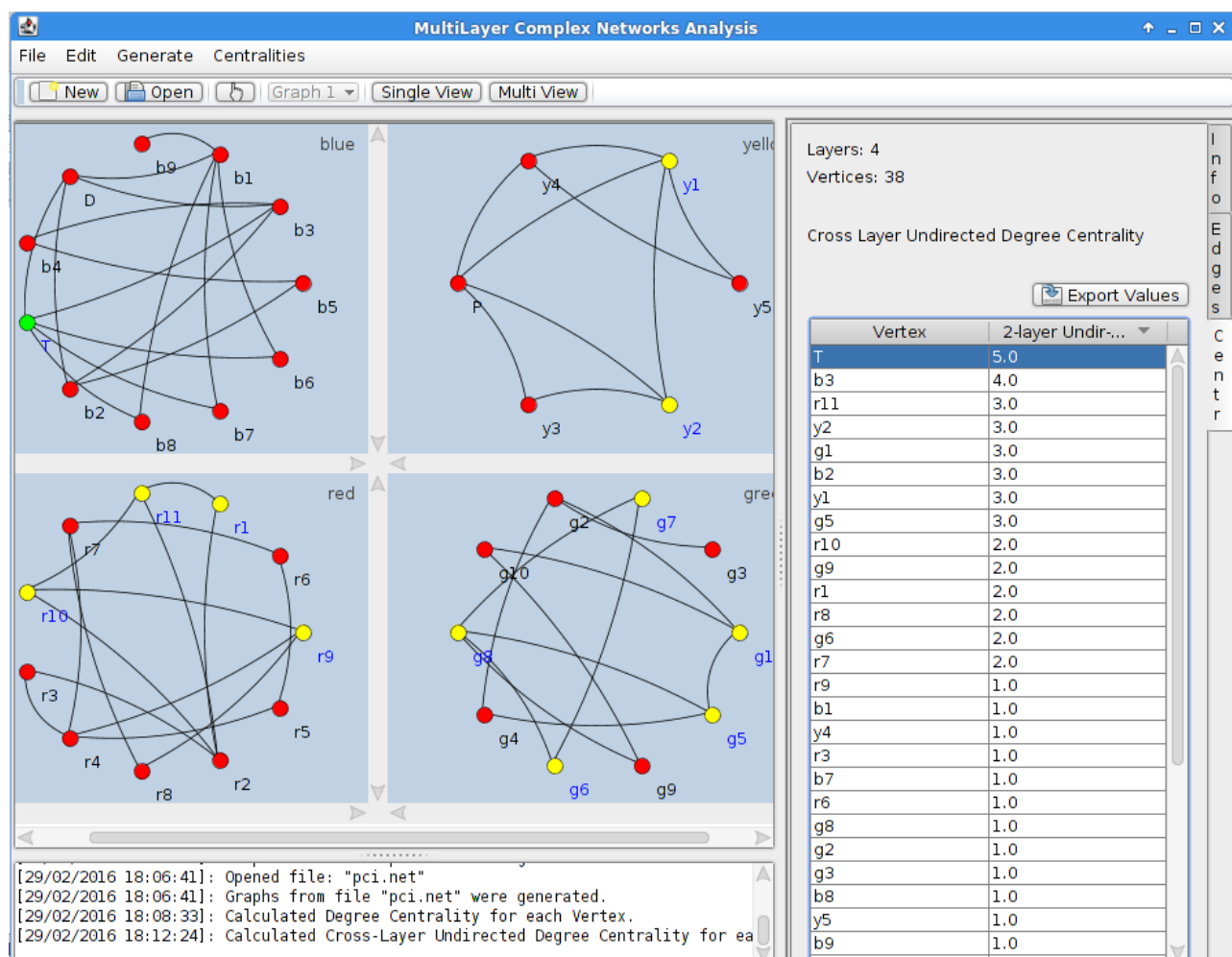
Στη συνέχεια εμφανίζεται το αναδυόμενο μενού επιλογής των επιπέδων υπολογισμού και της κανονικοποίησης ή μη των αποτελεσμάτων.



Εικόνα 39: Ρύθμιση των παραμέτρων του CLDC

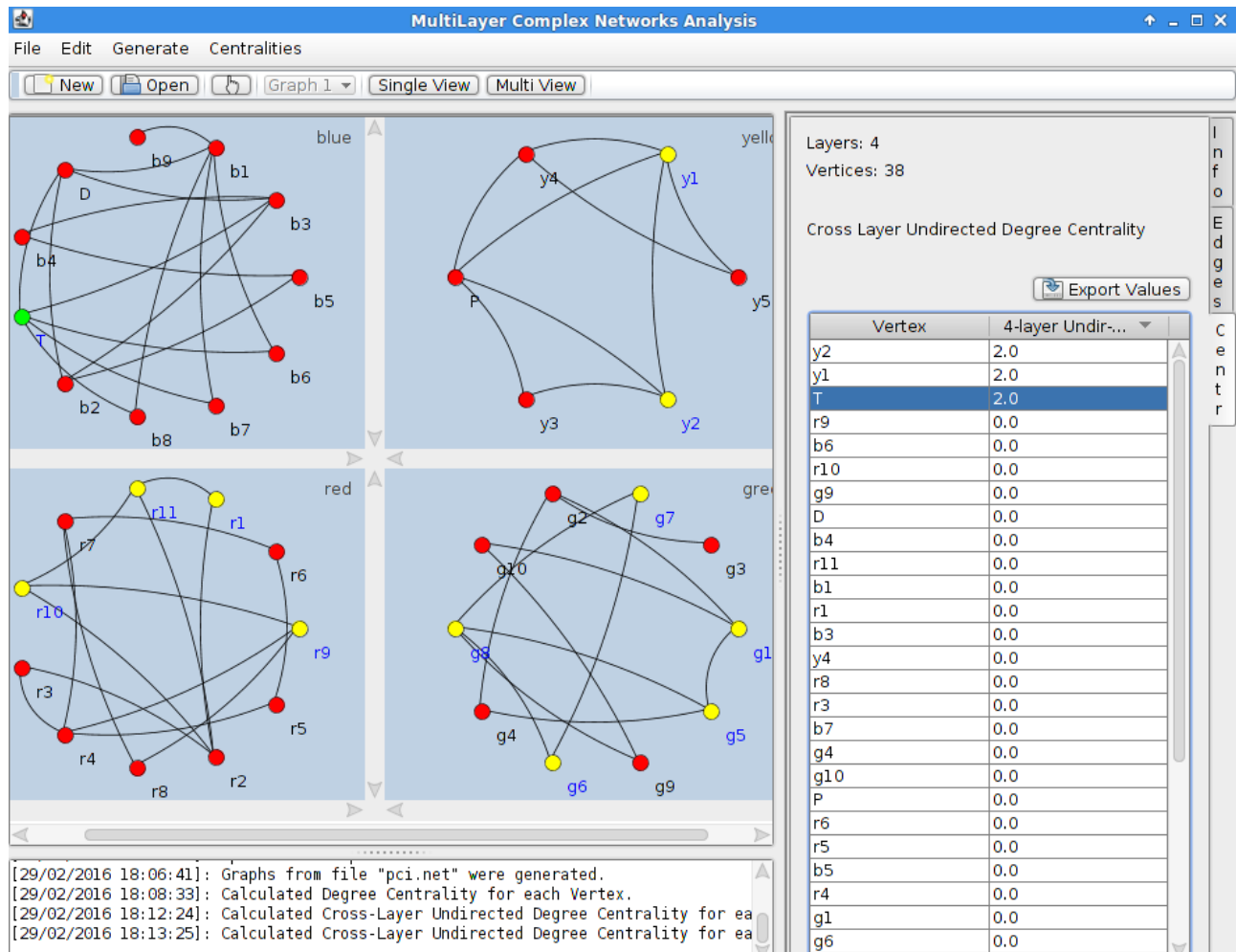
Τρέχοντας ένα παράδειγμα για 2 επίπεδα με μη κανονικοποίηση των υπολογισμών βλέπουμε τα αποτελέσματα στην επόμενη εικόνα. Εδώ παρατηρούμε ότι για τον κόμβο “T”, υπάρχουν 5 κόμβοι με ακμές προς αυτόν σε 2 επίπεδα του δικτύου (blue, πάνω αριστερά επίπεδο και green, κάτω δεξιά), επομένως η τιμή CDLC ισούται με 5.0.

Όπως και προηγουμένως, ο κόμβος που επιλέξαμε να ελέγξουμε μαρκάρεται με πράσινο χρώμα στο γράφημα και οι γείτονές του στα άλλα επίπεδα του δικτύου με κίτρινο.



Εικόνα 40: Αποτελέσματα του CLDC για 2 επίπεδα

Το ίδιο παράδειγμα με επιλογή υπολογισμού για 4 επίπεδα μας δίνει τιμή 2.0, ίσο δηλαδή με το επίπεδο το οποίο έχει το μικρότερο αριθμό διασυνδέσεων με τον κόμβο T (επίπεδο με ονομασία yellow, πάνω δεξιά στο γράφημα).



Εικόνα 41: Αποτελέσματα του CLDC για 4 επίπεδα

5.2.3 Power Community Index (μ -PCI)

5.2.3.1 Παρουσίαση του αλγορίθμου

Ο Power Community Index (μ -PCI) είναι ένας δείκτης κεντρικότητας που αναδεικνύει το πόσο πυκνή είναι η γειτονιά ενός κόμβου. Ένας κόμβος που βρίσκεται σε μία γειτονιά πυκνά διασυνδεδεμένη ενδέχεται να έχει ισχυρή επιρροή στο δίκτυο ακόμη και αν δεν έχει ο ίδιος αρκετά μεγάλο βαθμό έσω- και έξω-συνδέσμων. Είναι ένας αρκετά σημαντικός δείκτης κεντρικότητας καθώς βρίσκει πρακτική εφαρμογή στην μελέτη της εξάπλωσης ασθενειών ή στην μελέτη της διάδοσης πληροφοριών μέσω διαφόρων συστημάτων.

Ορισμός 1: Ο δείκτης μ -PCI ενός κόμβου u ισούται με k , αν και μόνο αν δεν υπάρχουν περισσότεροι από k κόμβοι στην μ -hor γειτονιά του u με βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο με k και οι υπόλοιποι κόμβοι της μ -hor γειτονιάς του u έχουν βαθμό μικρότερο ή ίσο του k .

Ως μ -hor γειτονιά του κόμβου u , ορίζεται το σύνολο των κόμβων που απέχουν από τον αυτόν μονοπάτι μήκους ίσο με μ . Στην υλοποίησή του αλγορίθμου θεωρήσαμε $\mu = 1$, οπότε στη συνέχεια θα αναφέρουμε τον μ -PCI απλουστευμένα ως PCI.

Η επέκταση του PCI σε πολυεπίπεδα δίκτυα γίνεται με μία ποικιλία μεθόδων η οποία λαμβάνει υπόψη της διαφορετικές παραμέτρους, όπως τον αριθμό των επιπέδων ή τον τύπο των ακμών (ακμές εντός του ίδιου επιπέδου ή ακμές πολλαπλών επιπέδων). Θα δούμε τις μεθόδους αναλυτικότερα στους ορισμούς που ακολουθούν.

Ορισμός 2: Layer-Agnostic PCI (laPCI): Ένας κόμβος έχει laPCI ίσο με k , εάν έχει k 1-hop γείτονες με αριθμό ακμών προς οποιονδήποτε κόμβο μεγαλύτερο ή ίσο με k , και οι εναπομείναντες γείτονες έχουν αριθμό ακμών προς οποιοδήποτε επίπεδο μικρότερο ή ίσο με k . Ουσιαστικά είναι μία γενίκευση του αρχικού αλγορίθμου, ώστε να περιλαμβάνει ακμές προς όλα τα επίπεδα του δικτύου.

Ορισμός 3: All-Layers PCI (alPCI): Ένας κόμβος έχει alPCI ίσο με k , αν και μόνο αν έχει k 1-hop γείτονες με αριθμό ακμών μεγαλύτερο ή ίσο με k προς όλα τα επίπεδα του δικτύου και οι εναπομείναντες κόμβοι έχουν αριθμό ακμών μικρότερο ή ίσο με k προς όλα τα επίπεδα του δικτύου. Είναι μία ιδιαίτερα αυστηρή μέθοδος, ειδικά σε γραφήματα με αρκετά μεγάλο αριθμό επιπέδων και ως συνέπεια συναντούμε πολύ μικρές τιμές και πολλές ισοπαλίες, δηλαδή κόμβους που να έχουν την ίδια τιμή alPCI.

Ορισμός 4: Layer-Symmetric PCI (lsPCI): Ένας κόμβος έχει lsPCI ίσο με k , αν και μόνο αν έχει k 1-hop γείτονες με αριθμό ακμών προς k επίπεδα μεγαλύτερο ή ίσο με k και αριθμό ακμών των υπολοίπων 1-hop γειτόνων του προς k επίπεδα μικρότερο ή ίσο με k . Είναι ένας μία πιο ελαστική μέθοδος και λαμβάνει υπόψη της όλες τις ιδιότητες ενός πολυεπίπεδου γραφήματος (ακμές ενός επιπέδου, ακμές μεταξύ δύο επιπέδων και αριθμό επιπέδων).

Ορισμός 5: Minimal-Layers PCI (mlPCI): Ένας κόμβος έχει $mlPCI_n$ ίσο με k , αν και μόνο αν έχει k 1-hop γείτονες με αριθμό ακμών προς n επίπεδα μεγαλύτερο ή ίσο με k και αριθμό ακμών των υπολοίπων 1-hop γειτόνων του προς n επίπεδα μικρότερο ή ίσο με k . Αξίζει να αναφερθεί ότι θέτοντας n ίσο με τον αριθμό των επιπέδων του γραφήματος ο $mlPCI_n$ ταυτίζεται με τον $alPCI$, ενώ θέτοντας $n = k$, ο $mlPCI_n$ ταυτίζεται με τον $lsPCI$.

Ο $mlPCI$ μπορεί να εκφραστεί αθροιστικά για κάθε επίπεδο με δύο διαφορετικούς τρόπους, είτε ως ένα απλό άθροισμα:

$$mlPCI_n(v) = \sum_n mlPCI_n(v) ,$$

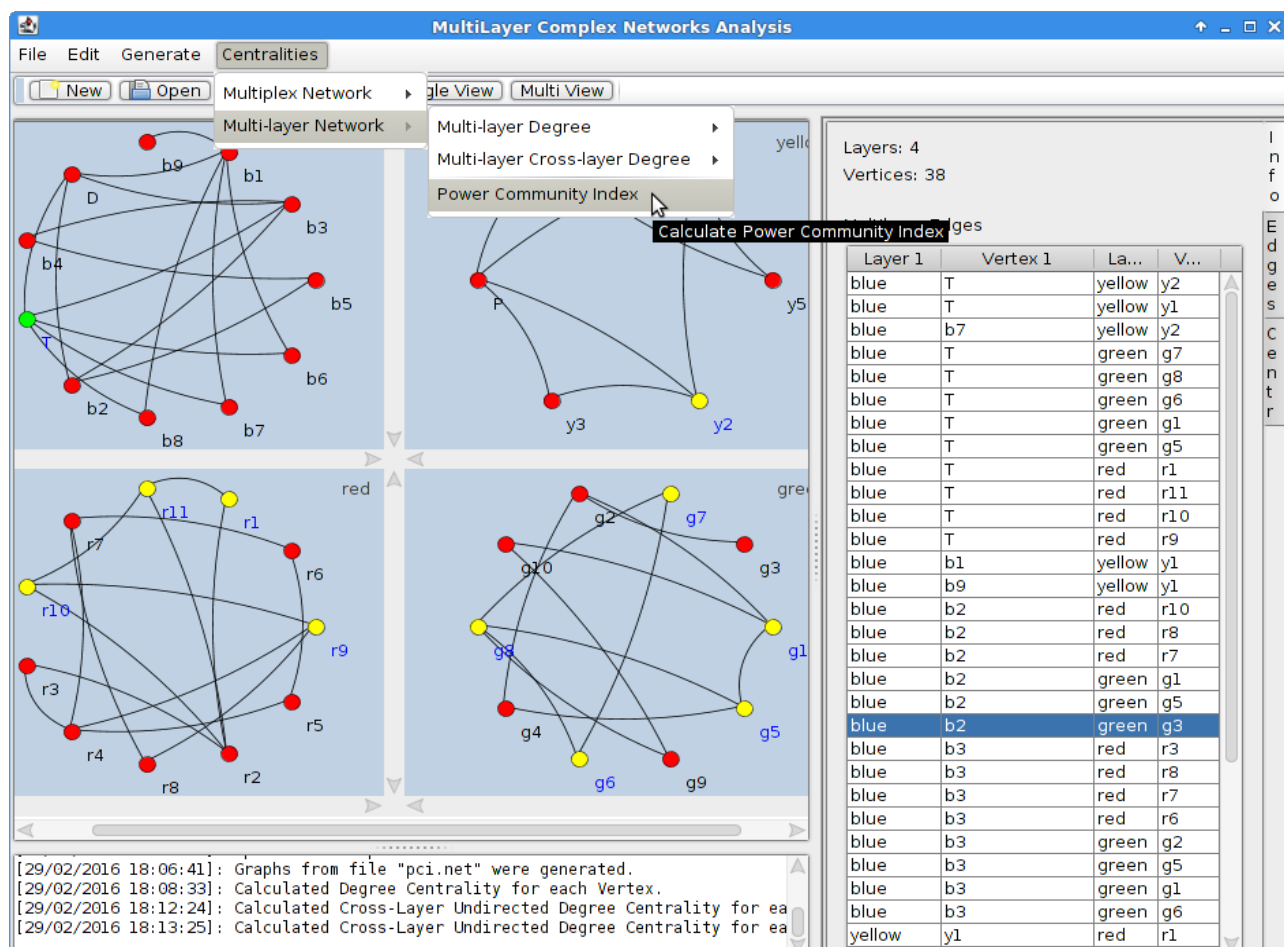
είτε ως ένα άθροισμα με ξεχωριστά βάρη για κάθε επίπεδο, γνωστό και ως $sca\text{-}mlPCI$:

$$sca\text{-}mlPCI_n(v) = \sum_n 2^n mlPCI_n(v)$$

Οι παραπάνω ορισμοί απευθύνονται σε μη-κατευθυνόμενα γραφήματα. Η εφαρμογή τους σε κατευθυνόμενα γραφήματα είναι πολύ απλή, αρκεί σε κάθε περίπτωση να λαμβάνουμε υπόψιν μόνο τον αριθμό των εξερχόμενων ακμών ενός κόμβου.

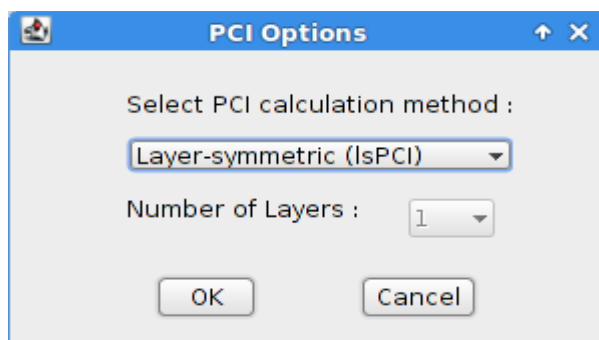
5.2.3.2 Επίδειξη εκτέλεσης του αλγορίθμου

Για την εκτέλεση του αλγορίθμου, ο χρήστης μεταβαίνει στο μενού *Centralities* -> *Multi-layer Network* -> *Power Community Index*.



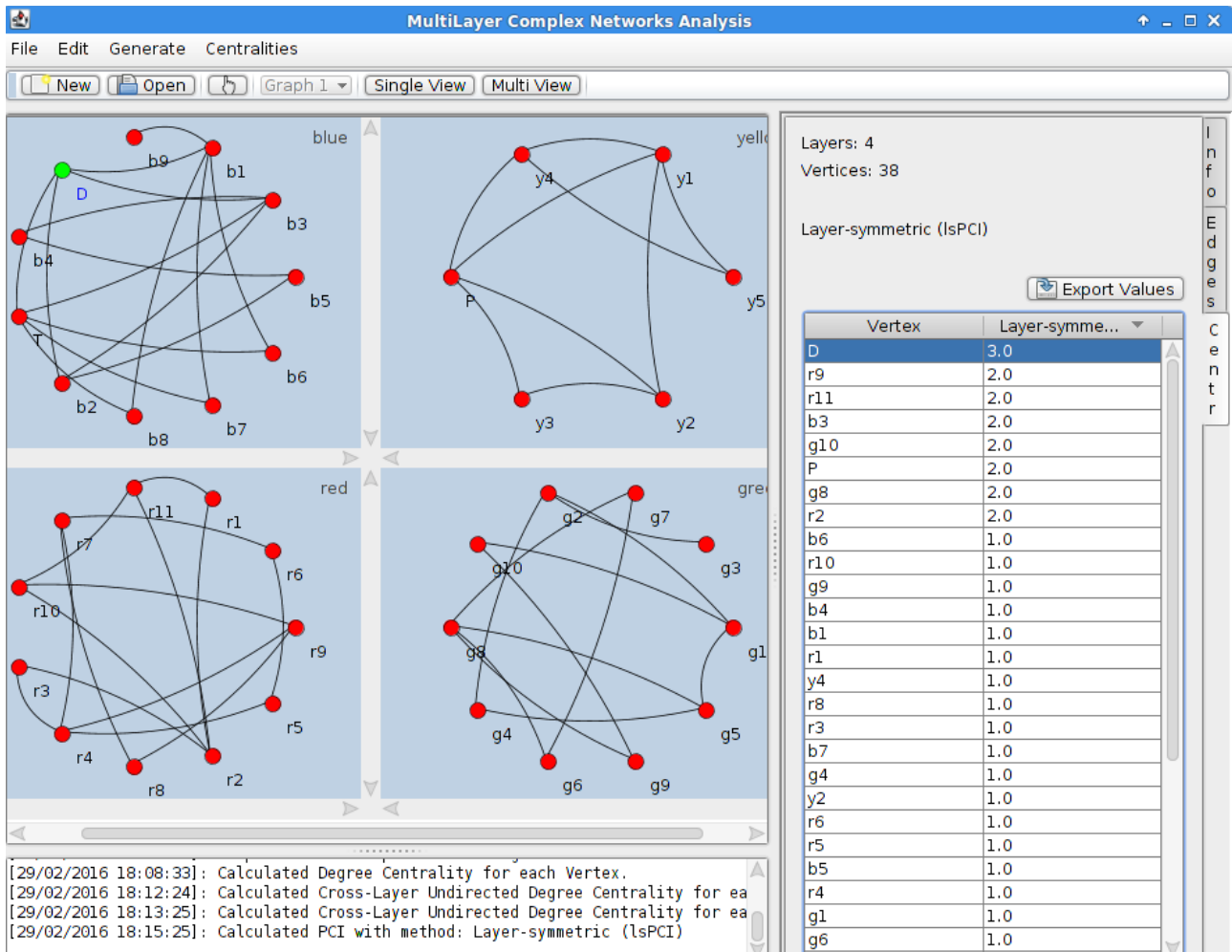
Εικόνα 42: Το μενού επιλογής του αλγορίθμου PCI

Στη συνέχεια εμφανίζεται ένα αναδυόμενο μενού, μέσω του οποίου επιλέγεται η μέθοδος υπολογισμού του PCI. Για τις μεθόδους mlPCI και sca-mlPCI, υπάρχει η δυνατότητα επιλογής του αριθμού των επιθυμητών επιπέδων πάνω στα οποία θα εκτελεστεί ο αλγόριθμος.

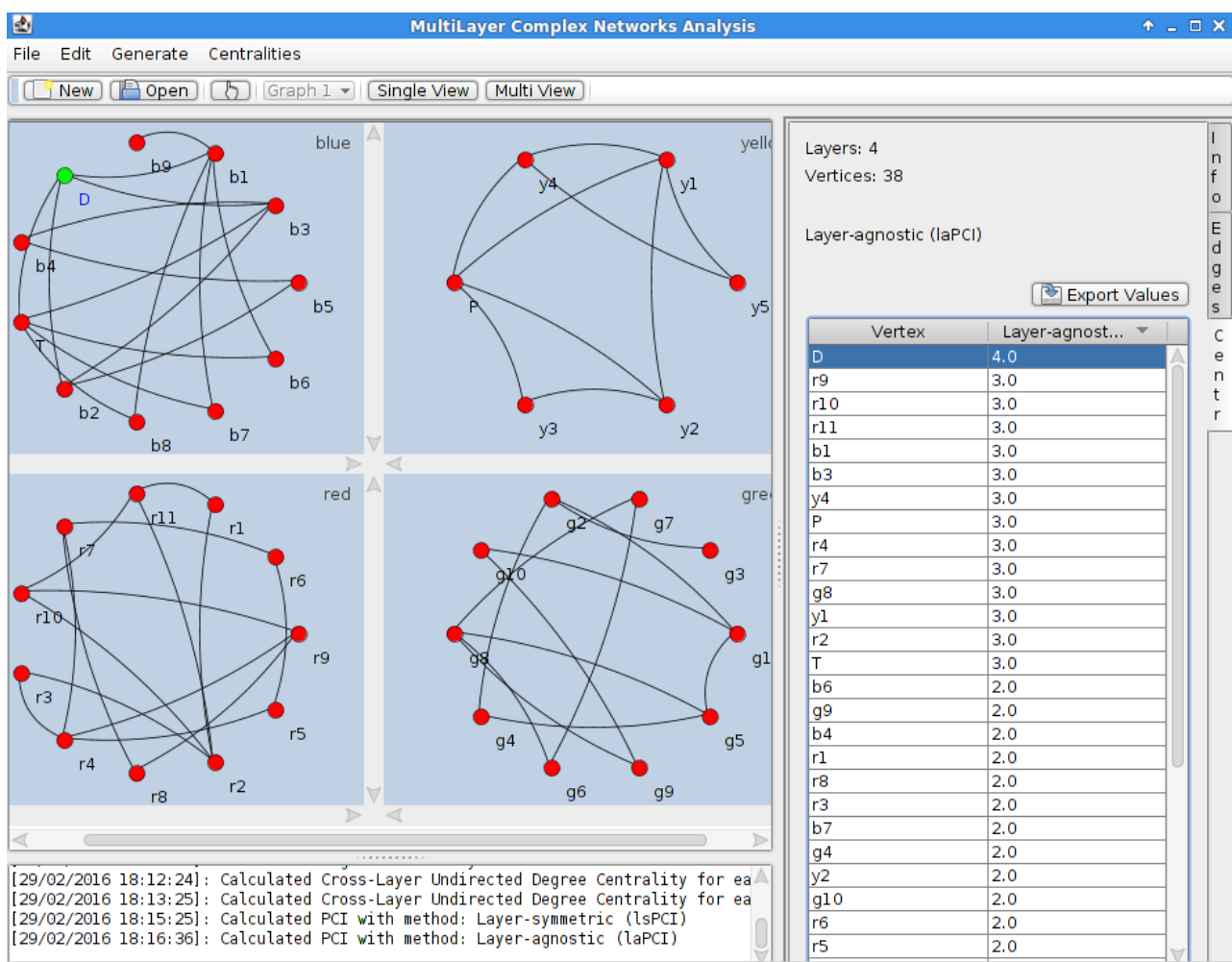


Εικόνα 43: Επιλογή μεθόδου υπολογισμού και παραμέτρων

Τα αποτελέσματα εμφανίζονται με τη γνωστή μορφή και μπορούν να ταξινομηθούν ή να εξαχθούν σε αρχείο. Στις 2 επόμενες εικόνες βλέπουμε τα αποτελέσματα του τρεξίματος του αλγορίθμου lsPCI και laPCI αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι στον laPCI, λόγω του μη περιορισμού του k από τον αριθμό των επιπέδων παρατηρούνται υψηλότεροι δείκτες PCI σχεδόν σε όλους τους κόμβους.



Εικόνα 44: Αποτελέσματα του *layer-symmetric PCI*



Εικόνα 45: Αποτελέσματα του layer-agnostic PCI

6 Εξαγωγή Αποτελεσμάτων

6.1.1 Αποθήκευση Αποτελεσμάτων

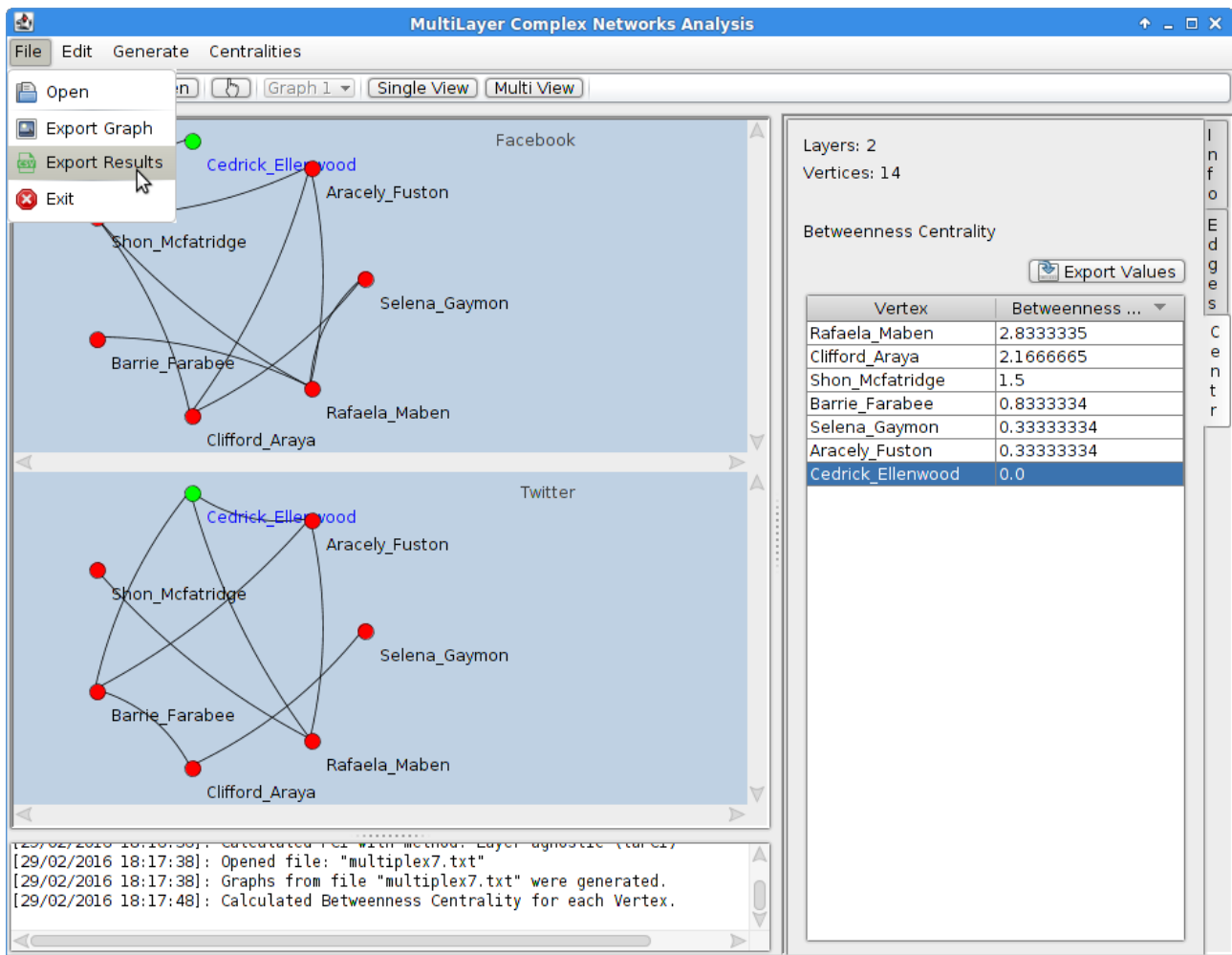
Η εφαρμογή που αναπτύχθηκε υποστηρίζει ένα πλήθος αλγορίθμων για την ανάλυση και την εξαγωγή των ιδιοτήτων ενός σύνθετου δικτύου. Εκτός όμως από την ανάλυση ενός δικτύου είναι αναγκαία και η σύγκριση των αποτελεσμάτων διαφορετικών δικτύων με σκοπό την κατηγοριοποίηση τους και την παρατήρηση των αλλαγών που επιφέρουν σε ένα γράφημα μικρές διαφοροποιήσεις της τοπολογίας του.

Για να επιτευχθούν όλα τα παραπάνω υποστηρίζεται η δυνατότητα εξαγωγής των αποτελεσμάτων σε αρχείο της μορφής “.csv”. Τα csv αρχεία σώζονται ως κανονικό κείμενο σε *ansi* μορφή, διαχωρίζοντας τα δεδομένα των πεδίων απλά με ένα κόμμα. Δεν κρατάνε μορφοποιήσεις (χρώματα, bold, κλπ), παρά μόνο τα δεδομένα.

Με τον τρόπο αυτό ο χρήστης μπορεί να έχει πρόσβαση στα αποτελέσματα ανοίγοντας τα αποθηκευμένα αρχεία με ένα πρόγραμμα επεξεργασίας κειμένου ή με κάποια εφαρμογή επεξεργασίας λογιστικών φύλλων όπως το *Microsoft Excel*. Με τα εργαλεία που προσφέρουν τα προγράμματα επεξεργασίας λογιστικών φύλλων είναι δυνατή η άθροιση των αποτελεσμάτων, ο υπολογισμός του μέσου όρου όπως επίσης και η παρουσίαση των αποτελεσμάτων με τη μορφή γραφικών παραστάσεων.

Η εξαγωγή των αποτελεσμάτων μπορεί να γίνει είτε πατώντας το κουμπί *Export Results* που εμφανίζεται πάνω από τον πίνακα προβολής των αποτελεσμάτων, αφού πρώτα προηγηθεί το τρέξιμο ενός αλγορίθμου. Επίσης μπορεί να γίνει και μέσω του μενού *File -> Export Results*, το οποίο γίνεται κι αυτό διαθέσιμο αφού προηγηθεί κάποιος υπολογισμός. Τα αποτελέσματα αποθηκεύονται στον φάκελο *Exported*, ο οποίος βρίσκεται στο path που είναι εγκαταστημένη η εφαρμογή, με όνομα της μορφής *data_dd_mm_yyyy_hh_mm_ss.csv*.

Στην εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι δύο τρόποι εξαγωγής των αποτελεσμάτων και το αρχείο που προκύπτει στο τέλος.



Εικόνα 46: Οι 2 τρόποι εξαγωγής των αποτελεσμάτων, μέσω του μενού και μέσω του κουμπιού “Export Values” πάνω από τον πίνακα των αποτελεσμάτων

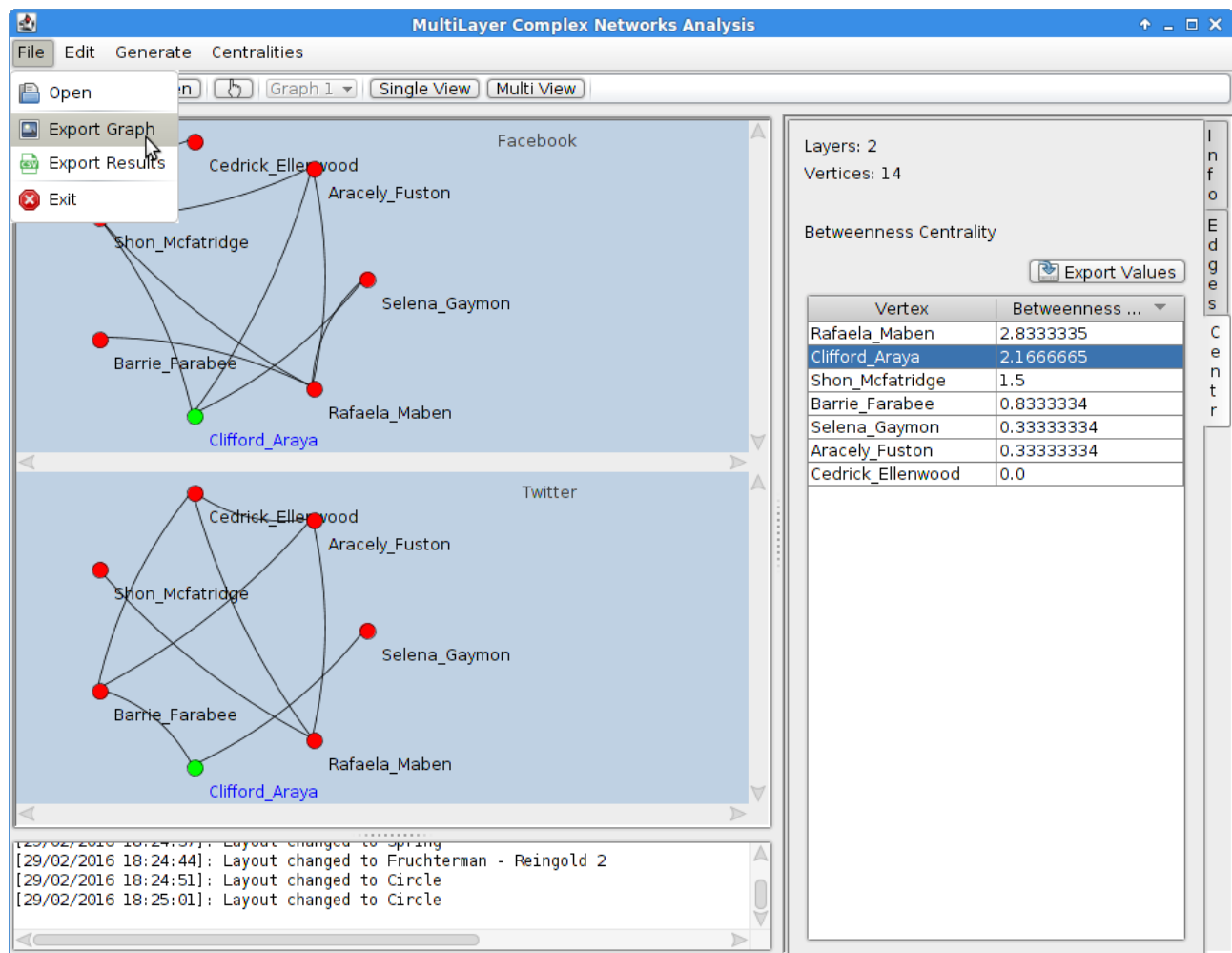
6.1.2 Αποθήκευση Γραφημάτων

Όπως είδαμε και προηγουμένως, η οπτική αναπαράσταση ενός δικτύου εξυπηρετεί στην καλύτερη κατανόηση του. Ο χρήστης μπορεί απλά κοιτώντας την αναπαράσταση του γραφήματος να κατανοήσει πολλές από τις ιδιότητές του, για παράδειγμα είναι αρκετά εμφανές αν ένας κόμβος είναι υψηλής επιρροής ή αν κάποιος είναι απομονωμένος από το δίκτυο όπως αρκετά προφανείς είναι και οι αλληλεπιδράσεις των κόμβων.

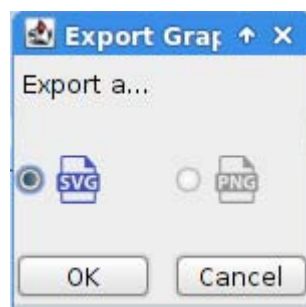
Η εφαρμογή που αναπτύχθηκε εκτός από την πληθώρα μεθόδων οπτικής αναπαράστασης ενός δικτύου παρέχει και την δυνατότητα εξαγωγής των γραφημάτων σε μορφή εικόνας *png* ή *svg* έτσι ώστε ο χρήστης να μπορεί να χρησιμοποιήσει την αναπαράσταση του δικτύου και εκτός της εφαρμογής.

Η εξαγωγή των γραφημάτων γίνεται μέσω του μενού *File -> Export Graphs*. Πατώντας στο συγκεκριμένο μενού θα εμφανιστεί ένα παράθυρο επιλογής της μορφής του εξαγόμενου αρχείου και πατώντας το OK τα αποτελέσματα αποθηκεύονται στο φάκελο *Exported*. Κάθε επίπεδο του δικτύου αποθηκεύεται σε διαφορετικό αρχείο με όνομα ίδιο με το όνομα του επιπέδου. Για παράδειγμα αν υπάρχουν 2 επίπεδα με ονομασία *layer1* και *layer2*, τότε τα αρχεία που θα προκύψουν θα έχουν ονομασία *layer1.png* και *layer2.png* αντίστοιχα.

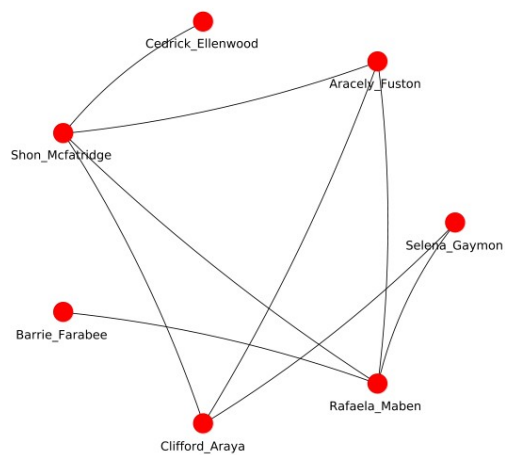
Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζεται η διαδικασία εξαγωγής των γραφημάτων.



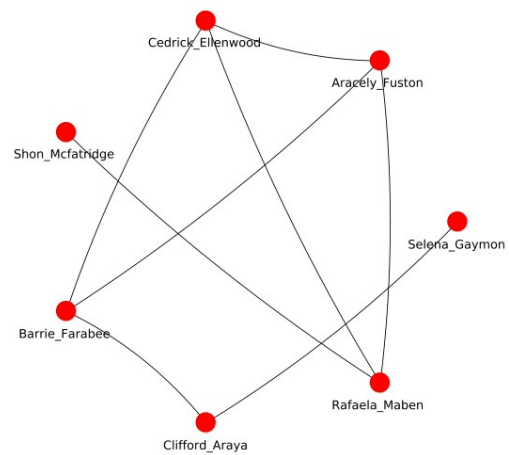
Εικόνα 47: Το μενού επιλογής εξαγωγής των γραφημάτων



Εικόνα 48: Επιλογή τύπου αρχείου προς εξαγωγή (σε συστήματα linux υποστηρίζεται μόνο ο τύπος svg)



Εικόνα 50: Το 1ο επίπεδο του γραφήματος που εξήχθη



Εικόνα 49: Το 2ο επίπεδο του γραφήματος που εξήχθη

7 Σύνοψη – Μελλοντικές Επεκτάσεις

7.1 Σύνοψη

Τα σύνθετα δίκτυα, μέσα από τη θεωρία γραφημάτων δύναται να αναπαραστήσουν και να αναλύσουν τη δομή και τις ιδιότητες πολλών πολύπλοκων συστημάτων. Τα τελευταία χρόνια στο επίκεντρο του επιστημονικού ενδιαφέροντος βρίσκονται τα πολυεπίπεδα δίκτυα, καθώς δίνουν τη δυνατότητα μελέτης ενός συστήματος από το πρίσμα πολλών διαφορετικών επιπέδων.

Η έλλειψη ενός λογισμικού που να συγκεντρώνει τους αλγόριθμους ανάλυσης των πολυεπίπεδων συστημάτων οδήγησε στην ανάπτυξη του λογισμικού της παρούσας εργασίας. Το λογισμικό που αναπτύχθηκε φέρει τη δυνατότητα αναπαράστασης και ανάλυσης πολυεπίπεδων γραφημάτων μέσω ενός φιλικού και εύκολου στη χρήση περιβάλλοντος. Έγινε μια προσπάθεια να συγκεντρωθούν οι πιο γνωστοί αλγόριθμοι της βιβλιογραφίας και να δοθεί στον χρήστη η δυνατότητα μελέτης τους και εξαγωγής των αποτελεσμάτων τους.

7.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις

Η εφαρμογή που αναπτύχθηκε δύναται να εμπλουτιστεί μελλοντικά με πάρα πολλές επιλογές. Αρχικά είναι δυνατή η προσθήκη επιλογών δημιουργίας γραφημάτων από το χρήστη ή παραγωγής τους μέσω των πιο διαδεδομένων μεθόδων παραγωγής τυχαίων γραφημάτων. Ο τομέας των πολυεπίπεδων δικτύων, είναι ένας τομέας που αναμένεται να απασχολήσει ακόμη περισσότερο την επιστημονική κοινότητα στα επόμενα χρόνια. Συνεπώς ένας μεγάλος στόχος είναι να συγκεντρωθούν όλοι οι αλγόριθμοι που αφορούν στην ανάλυση των πολυεπίπεδων δικτύων. Αυτοί μπορεί να είναι αλγόριθμοι εύρεσης κεντρικότητας, εύρεσης κοινοτήτων κ.ά.

8 Βιβλιογραφία

- [1] David Easley, Jon Kleinberg, Networks, Crowds, and Markets Reasoning About a Highly Connected World
- [2] Sergey N. Dorogovtsev, Lectures on Complex Networks
- [3] A. Langville, C. Meyer, Η Μέθοδος PageRank της Google και άλλα συστήματα κατάταξης, μετάφραση Α. Χορταριάς, Ι. Παπαδόγγονας
- [4] Παναγιώτης Μποζάνης, Αλγόριθμοι
- [5] Mikko Kyvellä, Alexandre Arenas, Marc Barthelemy, James P. Gleeson, Yamir Moreno, Mason A. Porter, Multilayer Networks
- [6] Piotr Bródka, Krzysztof Skibicki, Przemysław Kazienko, Katarzyna Musiał, A Degree Centrality in Multi-layered Social Network
- [7] Albert Solé-Ribalta, Manlio De Domenico, Sergio Gómez, Alex Arenas, Centrality Rankings in Multiplex Networks
- [8] Arda Halu, Raul J. Mondragon, Pietro Panzarasa, Ginestra Bianconi, Multiplex PageRank
- [9] Pavlos Basaras, George Iosifidis, Dimitrios Katsaros, Leandros Tassioulas, Identifying Influential Spreaders in Multilayer Complex Networks
- [10] Manlio De Domenico, Albert Sole-Ribalta, Elisa Omodei, Sergio Gomez, Alex Arenas, Centrality in Interconnected Multilayer Networks
- [11] Federico Battiston, Vincenzo Nicosia, Vito Latora, Structural measures for multiplex networks